TECHNISCHE FAKULTÄT DER
CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT
ZU KIEL

DIGITALE
SIGNALVERARBEITUNG UND
SYSTEMTHEORIE

Signale und Systeme I

Modulklausur SS 2021

Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt

Datum: 21.09.2021

Name: ______________________________

Matrikelnummer: ______________________________

Erklärung der Kandidatin/des Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.
Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: ______________________________

Korrektur

Aufgabe	1	2	3
Punkte	/33	/33	/34

Summe der Punkte: ________________ /100

Einsicht/Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Bewertung einverstanden bin.

☐ Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den ________________ Unterschrift: ______________________________

Signale und Systeme I

Modulklausur SS 2021

Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Ort:	CAP2 - Frederik-Paulsen-Hörsaal
Datum:	21.09.2021
Beginn:	08:00 h
Einlesezeit:	10 Minuten
Bearbeitungszeit:	90 Minuten

Hinweise

- Legen Sie Ihren Studierendenausweis oder Personalausweis zur Überprüfung bereit.
- Schreiben Sie auf **jedes** abzugebende Blatt deutlich Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**. Dabei verwenden Sie bitte für **jede Aufgabe** der Klausur einen **neuen Papierbogen**. Zusätzliches Papier erhalten Sie auf Anfrage.
- Verwenden Sie zum Schreiben **weder Bleistift noch Rotstift**.
- Alle Hilfsmittel – außer solche, die die Kommunikation mit anderen Personen ermöglichen – sind erlaubt. Nicht zugelassene Hilfsmittel sind außer Reichweite aufzubewahren und auszuschalten.
- Die direkte Kommunikation mit Personen, die nicht der Klausuraufsicht zuzuordnen sind, ist grundsätzlich ebenfalls untersagt.
- Lösungswege müssen zur Vergabe der vollen Punktzahl immer nachvollziehbar und mit Begründung versehen sein. Sind Funktionen zu skizzieren, müssen grundsätzlich alle Achsen beschriftet werden. Beachten Sie, dass die Punkteverteilung in den Teilaufgaben nur vorläufig ist!
- Sollten Sie sich während der Klausur durch äußere Umstände bei der Bearbeitung der Klausur beeinträchtigt fühlen, ist dies unverzüglich gegenüber der Klausuraufsicht zu rügen.
- 5 Minuten und 1 Minute vor Klausurende werden Ankündigungen gemacht. Wird das **Ende der Bearbeitungszeit** angesagt, darf **nicht mehr geschrieben** werden.
- Legen Sie am Ende der Klausur alle Lösungsbögen ineinander (so, wie sie ausgeteilt wurden) und geben Sie auch die Aufgabenblätter und das **Deckblatt mit Ihrer Unterschrift** mit ab.
- Bevor alle Klausuren eingesammelt sind, darf weder der Sitzplatz verlassen noch geredet werden. Jede Form der Kommunikation wird zu diesem Zeitpunkt noch als **Täuschungsversuch** gewertet.
- Während der **Einlesezeit ist ausschließlich das Durchblättern der aktuellen Klausur erlaubt**, darüber hinaus sind alle Schreibutensilien abzulegen. Jede Zuwiderhandlung wird als **Täuschungsversuch** geahndet.

Aufgabe 1 (33 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben sei das zeitkontinuierliche Signal $v(t)$, dessen Fourier-Reihenkoeffizienten im Folgenden bestimmt werden sollen. Es gilt mit $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$:

$$v(t) = \frac{3}{4}\cos(2\omega_0 T) \;+\; 3\cos(3\omega_0 t)\sin(2\omega_0 t) \;+\; e^{-j3\omega_0 t}\Big(1 \;+\; e^{j6\omega_0 t}\Big) - 2\Big(1 + \cos(5\omega_0 t)\Big)$$

(a) Bringen Sie $v(t)$ zunächst in eine Form, die für den Koeffizientenvergleich mit der trigonometrischen Fourier-Reihe geeignet ist! (8 P)

(b) Erwarten Sie gerade und/oder ungerade Fourier-Reihenkoeffizienten? Begründen Sie mit der Symmetrie des Signals! (2 P)

(c) Enthält das Signal $v(t)$ einen Gleichanteil? Geben Sie diesen gegebenenfalls an! (1 P)

(d) Geben Sie die trigonometrischen Fourier-Reihenkoeffizienten für das Signal $v(t)$ an! (3 P)

(e) Geben Sie in allgemeiner Form an, wie die komplexen Fourier-Reihenkoeffizienten aus den trigonometrischen Fourier-Reihenkoeffizienten berechnet werden können! (2 P)

(f) Bestimmen Sie die komplexen Fourier-Reihenkoeffizienten c_μ des Signals $v(t)$! (4 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

Gegeben sei das Signal $u(t)$ mit $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ und der Fourier-Transformierten $U(j\omega)$:

$$u(t) = \cos(3\omega_0 t) - 2\sin(5\omega_0 t)$$

(g) Erklären Sie den Begriff hermite-symmetrisch! Was folgt daraus konkret für die Signale $u(t)$ und $U(j\omega)$? (5 P)

(h) Wann kommt es zu einer Verletzung des Abtasttheorems? Was folgt daraus konkret für das Signal $u(t)$? (4 P)

(i) Wie gehen Sie bei der Bestimmung der Periodizität eines Zeitsignals vor, das aus mehreren Frequenzkomponenten zusammengesetzt ist? Was folgt daraus konkret für das Signal $u(t)$? (4 P)

Aufgabe 2 (33 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und 3 gelöst werden.*

Gegeben seien die diskreten Fourier-Transformierten der Folgen $v_1(n)$ und $v_2(n)$:

$$V_{1,4}(\mu) = \begin{cases} 6 & , \mu = 0, \\ 1+2j & , \mu = 1, \\ -4 & , \mu = 2, \\ 1-2j & , \mu = 3, \end{cases} , \qquad V_{2,4}(\mu) = \begin{cases} 3 & , \mu = 0, \\ 5+5j & , \mu = 1, \\ -8 & , \mu = 2, \\ 5-5j & , \mu = 3. \end{cases}$$

(a) Skizzieren Sie den Betrag der diskreten Spektren $V_{1,4}(\mu)$ und $V_{2,4}(\mu)$ mit allen Achsenbeschriftungen für $\mu \in \{0, 1, ..., 7, 8\}$ in **je ein** Diagramm. Runden Sie auf zwei Nachkommastellen. (4 P)

(b) Berechnen Sie die inverse Fourier-Transformierte IDFT$\{V_{1,4}(\mu)\}$ für $n \in \{0, 1, ..., 6, 7\}$. (7 P)

(c) Die Folge $v_2(n)$ ist das Ergebnis der zyklischen Faltung $v_2(n) = v_1(n) \circledast v_3(n)$. Bestimmen Sie die diskrete Fourier-Transformation $V_{3,4}(\mu) = \text{DFT}\{v_3(n)\}$ für $\mu \in \{0, 1, 2, 3\}$. (4 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 3 gelöst werden.*

Gegeben seien die Signale $u_1(t)$ und $u_2(t)$ mit:

$$u_1(t) = \sin\left(\frac{\pi}{2} f_s t\right) \qquad u_2(t) = \sin\left(\frac{3\pi}{2} f_s t\right)$$

(d) Geben Sie die Folgen $v_1(n) = u_1(n \cdot \frac{1}{f_s})$ und $v_2(n) = u_2(n \cdot \frac{1}{f_s})$, welche durch Abtastung der Signale $u_1(t)$ und $u_2(t)$ zu den Zeitpunkten $t = n\frac{1}{f_s}$ mit $n \in \{0, 1, 2, 3\}$ entstehen, an. (3 P)

(e) Berechnen Sie die Fourier-Transformierten DFT$\{v_1(n)\}$ und DFT$\{v_2(n)\}$ für $\mu \in \{0, 1, 2, 3\}$. (5 P)

(f) Bei welchen Frequenzen enthalten die Signale $u_1(t)$ und $u_2(t)$ Anteile? (1 P)

(g) Bei welchen Frequenzen enthalten die Folgen $v_1(n)$ und $v_2(n)$ Anteile? (1 P)

(h) Vergleichen Sie ihre Ergebnisse aus den Teilaufgaben (f) und (g). Erklären Sie Ihre Beobachtungen. (2 P)

Teil 3 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und 3 gelöst werden.*

(i) Für die zyklische Faltung zweier Folgen $x(n)$ und $y(n)$ und deren Fourier-Transformierten $X_M(\mu)$ und $Y_M(\mu)$, gilt $\mathrm{DFT}_M\{(x(n) \circledast y(n))\} = X_M(\mu) \cdot Y_M(\mu)$. Weisen sie diesen Zusammenhang nach, indem sie die $\mathrm{DFT}_M\{(x(n) \circledast y(n))\}$ berechnen und geschickt vereinfachen. Die Folgen $x(n)$ und $y(n)$ seien M periodisch. Daher vereinfacht sich die zyklische Faltung der Folgen zu: (6 P)

$$x(n) \circledast y(n) = \sum_{m=0}^{M-1} x(m)y(n-m)_{\mathrm{mod}\,M} = \sum_{m=0}^{M-1} x(m)y(n-m)$$

Nutzen Sie diese Tatsache bei ihren Vereinfachungen aus.

Aufgabe 3 (34 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben sei die Differenzengleichung

$$y(n) = v(n) - \alpha\, v(n-2) - \beta\, y(n-1)$$

des Systems $S_1\{\cdot\}$ mit $y(n) = S_1\{v(n)\}$. Es gelte $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ und $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$.

(a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $H_1(z)$ des Systems $S_1\{\cdot\}$. (3 P)

(b) Ist das System rekursiv? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 P)

(c) Ist das System kausal? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 P)

(d) Was muss für die Parameter α und β gelten, damit das System minimalphasig und stabil ist? Begründen Sie Ihre Antwort! (6 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

Gegeben sei ein System mit der Übertragungsfunktion $H_2(s)$. Das zugehörige Pol-/Nullstellendiagramm ist in Abbildung 1 dargestellt.

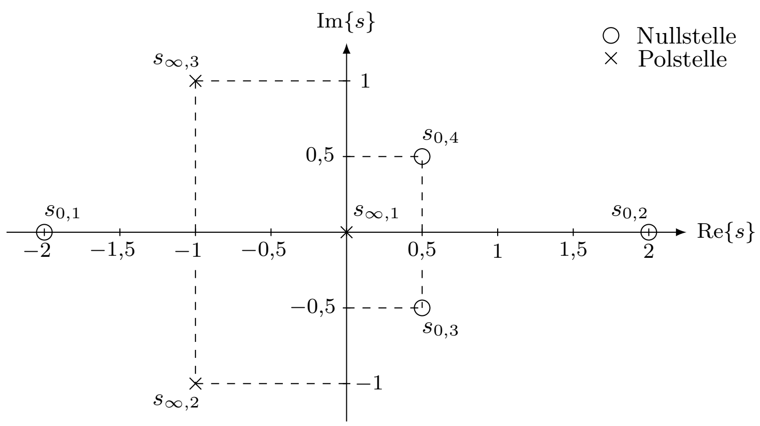

Abbildung 1: Pol-/Nullstellendiagramm der Übertragungsfunktion $H_2(s)$.

(e) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $H_2(s)$ des Systems. Es gelte $H_2(-1) = 15$. Vereinfachen Sie so weit wie möglich. (8 P)

(f) Ist das System stabil? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 P)

(g) Erklären Sie kurz, was man unter einem Allpass-Filter versteht. Was bedeutet das konkret für dessen Pol- und Nullstellen? (3 P)

(h) Formen Sie das angegebene gemischtphasige System so um, dass es aus einem minimalphasigen Anteil $H_2^{\mathrm{min}}(s)$ und einem Allpass-Anteil $H_2^{\mathrm{all}}(s)$ besteht. Geben Sie sowohl das Pol-/Nullstellendiagramm, als auch die Übertragungsfunktionen $H_2^{\mathrm{min}}(s)$ und $H_2^{\mathrm{all}}(s)$ an. (8 P)

Hinweis: Die Übertragungsfunktionen $H_2^{\mathrm{min}}(s)$ und $H_2^{\mathrm{all}}(s)$ müssen hierbei nicht vereinfacht werden.

Dies ist eine leere Seite.