Signale und Systeme I

Modulklausur SS 2024

Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt

Datum: 01.10.2024

Name: ______________________________

Matrikelnummer: ______________________________

Erklärung der Kandidatin/des Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.
Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: ______________________________

Korrektur

Aufgabe	1	2	3
Punkte	/32	/33	/35

Summe der Punkte: __________________ /100

Einsicht/Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Bewertung einverstanden bin.

☐ Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den __________________ Unterschrift: ______________________________

Signale und Systeme I

Modulklausur SS 2024

Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Ort:	CAP3 - Hörsaal 2 und 3
Datum:	01.10.2024
Beginn:	09:00 h
Einlesezeit:	10 Minuten
Bearbeitungszeit:	90 Minuten

Hinweise

- Legen Sie Ihren Studierendenausweis oder Personalausweis zur Überprüfung bereit.
- Schreiben Sie auf **jedes** abzugebende Blatt deutlich Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**. Dabei verwenden Sie bitte für **jede Aufgabe** der Klausur einen **neuen Papierbogen**. Zusätzliches Papier erhalten Sie auf Anfrage.
- Verwenden Sie zum Schreiben **weder Bleistift noch Rotstift**.
- Alle Hilfsmittel – außer solche, die die Kommunikation mit anderen Personen ermöglichen – sind erlaubt. Nicht zugelassene Hilfsmittel sind außer Reichweite aufzubewahren und auszuschalten.
- Die direkte Kommunikation mit Personen, die nicht der Klausuraufsicht zuzuordnen sind, ist grundsätzlich ebenfalls untersagt.
- Lösungswege müssen zur Vergabe der vollen Punktzahl immer nachvollziehbar und mit Begründung versehen sein. Sind Funktionen zu skizzieren, müssen grundsätzlich alle Achsen beschriftet werden. Beachten Sie, dass die Punkteverteilung in den Teilaufgaben nur vorläufig ist!
- Sollten Sie sich während der Klausur durch äußere Umstände bei der Bearbeitung der Klausur beeinträchtigt fühlen, ist dies unverzüglich gegenüber der Klausuraufsicht zu rügen.
- 5 Minuten und 1 Minute vor Klausurende werden Ankündigungen gemacht. Wird das **Ende der Bearbeitungszeit** angesagt, darf **nicht mehr geschrieben** werden.
- Legen Sie am Ende der Klausur alle Lösungsbögen ineinander (so, wie sie ausgeteilt wurden) und geben Sie auch die Aufgabenblätter und das **Deckblatt mit Ihrer Unterschrift** mit ab.
- Bevor alle Klausuren eingesammelt sind, darf weder der Sitzplatz verlassen noch geredet werden. Jede Form der Kommunikation wird zu diesem Zeitpunkt noch als **Täuschungsversuch** gewertet.
- Während der **Einlesezeit ist die Bearbeitung der Aufgaben untersagt**, dementsprechend sind alle Schreibutensilien oder Hilfsmittel beiseitezulegen. Jede Zuwiderhandlung wird als **Täuschungsversuch** geahndet.

Aufgabe 1 (32 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und Teil 3 gelöst werden.*

Die trigonometrischen Fourier-Reihenkoeffizienten des reellen zeitkontinuierlichen Signals $v(t)$ sind gegeben durch:

$$c_0 = 4\cos(2\pi), \qquad a_\mu = \begin{cases} \mu\, e^{j2\pi\mu} & , \ \mu \in \{1,2\}, \\ 0 & , \ \text{sonst}, \end{cases} \qquad b_\mu = \begin{cases} \frac{1}{\mu} e^{j\pi\mu} & , \ \mu \in \{2,3\}, \\ -5 & , \ \mu = 5, \\ 0 & , \ \text{sonst}. \end{cases}$$

(a) Bestimmen Sie aus den trigonometrischen Fourier-Reihenkoeffizienten die zugehörigen komplexen Fourier-Reihenkoeffizienten c_μ des Signals $v(t)$ für $\mu \in \mathbb{Z}$. (5 P)

(b) Geben Sie die Definition der trigonometrischen Fourier-Reihe an und bestimmen Sie hiermit das Signal $v(t)$ mit $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ und $T > 0$. Vereinfachen Sie hierbei die im Ergebnis vorhandenen Fourier-Reihenkoeffizienten. (3 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und Teil 3 gelöst werden.*

(c) Welche Bandbreite ergibt sich für ein Signal mit den zugehörigen komplexen Fourier-Reihenkoeffizienten $c_\mu = 1, \forall\, \mu \in \mathbb{Z}$? Begründen Sie anhand der erwarteten Frequenzkomponenten des Signals. (3 P)

Gegeben seien die T-periodischen zeitkontinuierlichen Signale $d_1(t)$ und $d_2(t)$ mit $t \in \mathbb{R}$:

$$d_1(t) = t, \quad d_2(t) = t^2, \quad \text{für: } -\frac{T}{2} \le t < \frac{T}{2}.$$

(d) Für welche trigonometrischen Fourier-Reihenkoeffizienten a_μ und b_μ erwarten Sie von Null verschiedene Werte jeweils bei den Zeitsignalen $d_1(t)$ und $d_2(t)$? Argumentieren Sie anhand der Signaleigenschaften und erklären Sie mögliche Unterschiede. (3 P)

Teil 3 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben sei das zeitkontinuierliche Signal $x(t)$ mit $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ und $T > 0$:

$$x(t) = \frac{1}{2} + e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t} - 2\sin(2\omega_0 t).$$

(e) Handelt es sich bei $x(t)$ um ein reell- oder komplexwertiges Signal? Begründen Sie anhand der vorkommenden Signalkomponenten. (3 P)

(f) Geben Sie die Fourier-Transformierte $X(j\omega)$ des Signals $x(t)$ an. (3 P)

Hinweis: Eine explizite Berechnung der Fourier-Transformation ist nicht notwendig!

(g) Skizzieren Sie das Spektrum $X(j\omega)$ im Bereich $\omega \in [-3\omega_0, 3\omega_0]$ mit allen Achsenbeschriftungen. (6 P)

(h) Ist das Spektrum $X(j\omega)$ hermite-symmetrisch? Argumentieren Sie anhand der vorkommenden Spektral- und/oder Signalanteile. (3 P)

(i) Das Signal $x(t)$ soll zeitlich um $t_0 = 5$ verzögert werden. Geben Sie einen Ausdruck für das Spektrum des zeitverzögerten Signals an und erklären Sie, welche Auswirkungen diese Verzögerung auf das resultierende Spektrum hat. (3 P)

Aufgabe 2 (33 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und Teil 3 gelöst werden.*

Gegeben ist die diskrete Fourier-Transformierte $V_{1,M}(\mu) = \mathrm{DFT}\{v_1(n)\}$ und die diskrete Folge $v_2(n) = \mathrm{IDFT}\{V_{2,M}(\mu)\}$, beide der Länge $M = 4$:

$$V_{1,M}(\mu) = \begin{cases} \frac{5}{2}, & \mu = 0, \\ 1 - j, & \mu = 1, \\ -2, & \mu = 2, \\ 1 + j, & \mu = 3, \end{cases} \qquad v_2(n) = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 2, & n = 1, \\ 3, & n = 2, \\ 4, & n = 3. \end{cases}$$

(a) Wie lässt sich der Mittelwert $\overline{v}_1$ einer diskreten Folge $v_1(n)$ der Länge M aus dem Spektrum $V_{1,M}(\mu)$ bestimmen? Geben Sie den allgemein gültigen Zusammenhang sowie den Mittelwert $\overline{v}_1$ an. (3 P)

(b) Skizzieren Sie den Betrag von $V_{1,M}(\mu)$ für $\mu \in \{-1, 0, \ldots, 4, 5\}$ sowie die diskrete Folge $v_2(n)$ für $n \in \{0, 1, 2, 3\}$. Achten Sie auf eine vollständige Achsenbeschriftung. (4 P)

(c) Ist die diskrete Folge $v_1(n) = \mathrm{IDFT}\{V_{1,M}(\mu)\}$ reellwertig? Begründen Sie. (2 P)

(d) Das Zeitsignal $v_3(n)$ ist das Ergebnis der zyklischen Faltung von $v_3(n) = v_1(n) \circledast v_2(n)$. Geben Sie das Spektrum $V_{3,M}(\mu)$ im Bereich von $\mu \in \{-1, 0, \ldots, 4, 5\}$ für $M = 4$ an. (8 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und Teil 3 gelöst werden.*

Gegeben sei die diskrete Fourier-Transformierte $V_{4,M}(\mu)$ einer diskreten Folge $v_4(n)$ der Länge $M = 4$:

$$V_{4,M}(\mu) = \begin{cases} 0, & \mu = 0, \\ -j2, & \mu = 1, \\ 0, & \mu = 2, \\ j2, & \mu = 3. \end{cases}$$

(e) Geben Sie die Formel für die inverse diskrete Fourier-Transformation an und berechnen Sie das Zeitsignal $v_4(n)$ aus dem Spektrum $V_{4,M}(\mu)$. (6 P)

(f) Beweisen Sie $V_M(-\mu) = V_M^*(\mu)$ für $v(n) \in \mathbb{R}$. (3 P)

Teil 3 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben sei ein kontinuierliches Signal $u_1(t) = \sin(\pi f_s t)$, wobei f_s die Abtastfrequenz ist und t die Zeit.

(g) Diskretisieren Sie das kontinuierliche Signal $u_1(t)$ mit einer Abtastfrequenz $f_s = 1000$ Hz und $t_n = \frac{n}{f_s}$ für $n \in \mathbb{Z}$. (3 P)

(h) Geben Sie die Grundfrequenz f des Signals $u_1(t)$ an. Welches Phänomen tritt für die ermittelten Grundfrequenz bei der Abtastung auf? Begründen Sie. (4 P)

Aufgabe 3 (35 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben sei ein kontinuierliches System mit den Polstellen $s_{\infty,1} = -j$ und $s_{\infty,2} = j$ und den Nullstellen $s_{0,1} = -\frac{3}{2} + j\frac{1}{2}$, $s_{0,2} = -\frac{3}{2} - j\frac{1}{2}$ und $s_{0,3} = 3$.

(a) Zeichnen Sie das Pol-Nullstellen-Diagramm des gegebenen Systems. Achten Sie dabei auf eine vollständige Beschriftung. (4 P)

(b) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des Systems $H(s)$ in Polynomdarstellung. Es gelte $H(2) = -5$. (5 P)

(c) Ist das System stabil und reellwertig? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 P)

Es wird für die folgenden Aufgabenteile angenommen, dass eine zusätzliche Polstelle $s_{\infty,3} = -1$ existiert.

(d) Das gegebene System ist gemischtphasig. Wie muss vorgegangen werden, wenn das System in einen minimalphasigen Anteil und einen Allpass-Anteil zerlegt werden soll? Ist diese Zerlegung immer möglich? (3 P)

(e) Geben Sie die Pol- und Nullstellen für den minimalphasigen Anteil und den Allpass-Anteil an. (3 P)

(f) Wäre eine Aufteilung in ein maximalphasiges System und ein Allpass-System im Allgemeinen sinnvoll? Begründen Sie. (3 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

Gegeben sei ein diskretes, reellwertiges System mit der Impulsantwort $h_0(n)$ für $n \in [0, 7]$ in Abbildung 1. Außerhalb des Bereichs $n \in [0, 7]$ sei die Impulsantwort Null.

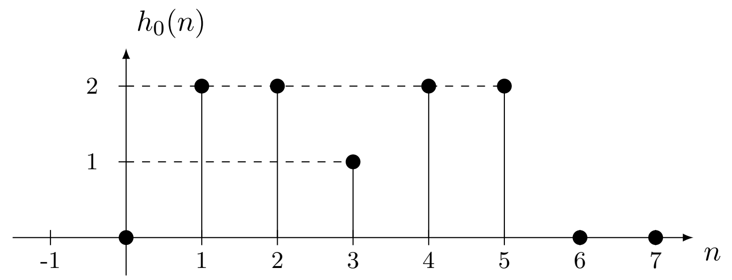

Abbildung 1: Impulsantwort $h_0(n)$ für $n \in [0, 7]$ des diskreten, reellwertigen Systems.

(g) Geben Sie einen Ausdruck für die Funktionsgleichung von $h_0(n)$ bestehend aus Impuls- und Sprungfunktionen an. (3 P)

(h) Geben Sie den allgemeinen Zusammenhang an, mit dem die Sprungantwort $h_{-1}(n)$ aus der Impulsantwort $h_0(n)$ berechnet werden kann. (2 P)

(i) Zeichnen Sie die Sprungantwort $h_{-1}(n)$ für $n \in [0, 7]$ mit allen Achsenbeschriftungen. (5 P)

(j) Geben Sie mit Hilfe der Zeichnung aus (i) einen Ausdruck für die Funktionsgleichung von $h_{-1}(n)$ an. (3 P)

(k) Ist das System stabil? Begründen Sie Ihre Antwort sowohl anhand der Impulsantwort $h_0(n)$ als auch anhand der Sprungantwort $h_{-1}(n)$. (2 P)

Dies ist eine leere Seite.