

# Signale und Systeme I

## Modulklausur SS 2025

Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt

Datum: 23.09.2025

Name: \_\_\_\_\_

Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

### Erklärung der Kandidatin/des Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.

Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: \_\_\_\_\_

### Korrektur

Aufgabe	1	2	3
Punkte	/35	/34	/31

Summe der Punkte: \_\_\_\_\_ /100

### Einsicht/Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Bewertung einverstanden bin.

- Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den \_\_\_\_\_ Unterschrift: \_\_\_\_\_

---

# Signale und Systeme I

## Modulklausur SS 2025

Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt  
Ort: OS40 -Norbert-Gansel-Hörsaal  
Datum: 23.09.2025  
Beginn: 09:00 h  
Einlesezeit: 10 Minuten  
Bearbeitungszeit: 90 Minuten

### Hinweise

- Legen Sie Ihren Studierendenausweis oder Personalausweis zur Überprüfung bereit.
- Schreiben Sie auf **jedes** abzugebende Blatt deutlich Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**. Dabei verwenden Sie bitte für **jede Aufgabe** der Klausur einen **neuen Papierbogen**. Zusätzliches Papier erhalten Sie auf Anfrage.
- Verwenden Sie zum Schreiben **weder Bleistift noch Rotstift**.
- Alle Hilfsmittel – außer solche, die die Kommunikation mit anderen Personen ermöglichen – sind erlaubt. Nicht zugelassene Hilfsmittel sind außer Reichweite aufzubewahren und auszuschalten.
- Die direkte Kommunikation mit Personen, die nicht der Klausuraufsicht zuzuordnen sind, ist grundsätzlich ebenfalls untersagt.
- Lösungswege müssen zur Vergabe der vollen Punktzahl immer nachvollziehbar und mit Begründung versehen sein. Sind Funktionen zu skizzieren, müssen grundsätzlich alle Achsen beschriftet werden. Beachten Sie, dass die Punkteverteilung in den Teilaufgaben nur vorläufig ist!
- Sollten Sie sich während der Klausur durch äußere Umstände bei der Bearbeitung der Klausur beeinträchtigt fühlen, ist dies unverzüglich gegenüber der Klausuraufsicht zu rügen.
- 5 Minuten und 1 Minute vor Klausurende werden Ankündigungen gemacht. Wird das **Ende der Bearbeitungszeit** angesagt, darf **nicht mehr geschrieben** werden.
- Legen Sie am Ende der Klausur alle Lösungsbögen ineinander (so, wie sie ausgeteilt wurden) und geben Sie auch die Aufgabenblätter und das **Deckblatt mit Ihrer Unterschrift** mit ab.
- Bevor alle Klausuren eingesammelt sind, darf weder der Sitzplatz verlassen noch geredet werden. Jede Form der Kommunikation wird zu diesem Zeitpunkt noch als **Täuschungsversuch** gewertet.
- Während der **Einlesezeit ist die Bearbeitung der Aufgaben untersagt**, dementsprechend sind alle Schreibutensilien oder Hilfsmittel beiseitezulegen. Jede Zuwiderhandlung wird als **Täuschungsversuch** geahndet.

## Aufgabe 1 (35 Punkte)

**Teil 1** Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und 3 gelöst werden.

Die komplexen Fourier-Reihenoeffizienten  $c_\mu$  des zeitkontinuierlichen Signals  $v(t) \in \mathbb{R}$  sind gegeben durch:

$$c_\mu = \begin{cases} 2 & , \mu = -4, \\ j\frac{1}{4} & , \mu = -3, \\ \frac{3}{2} - j\frac{1}{2} & , \mu = -2, \\ 3e^{j2\pi\mu} & , \mu = 0, \\ \frac{3}{2} + j\frac{1}{2} & , \mu = 2, \\ -j\frac{1}{4} & , \mu = 3, \\ 2 & , \mu = 4, \\ 0 & , \text{sonst.} \end{cases}$$

- (a) Bestimmen Sie aus den komplexen Fourier-Reihenoeffizienten die zugehörigen trigonometrischen Fourier-Reihenoeffizienten  $c_0$ ,  $a_\mu$  und  $b_\mu$  des Signals  $v(t)$  für  $\mu \in \mathbb{N}$ . (4 P)
- (b) Geben Sie die Definition der trigonometrischen Fourier-Reihe an und bestimmen Sie hiermit das Signal  $v(t)$  mit  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$  und  $T > 0$ . Ordnen Sie hierbei die im Ergebnis vorhandenen Terme in Bezug auf die enthaltenen Frequenzanteile (in Relation zu  $\omega_0$ ). (3 P)

Das Signal  $v(t)$  wird nun mit der Abtastfrequenz  $\omega_A = 5\omega_0$  abgetastet, woraus das zeitdiskrete Signal  $v_A(n)$  resultiert.

- (c) Begründen Sie, ob das Abtasttheorem bei der Abtastung des Signals  $v(t)$  mit der Abtastfrequenz  $\omega_A$  eingehalten wird. Welche Folgen hätte die Verletzung des Abtasttheorems? (3 P)

**Teil 2** Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 3 gelöst werden.

Gegeben sei das zeitkontinuierliche Signal  $x(t)$ , mit  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$  und  $T > 0$ :

$$x(t) = -\frac{5}{2} + \sin(3\omega_0 t) + 2 \sin^2(6\omega_0 t) + \frac{1}{2} \sin^2(\omega_0 t) + 2 \cos^2(6\omega_0 t).$$

- (d) Bringen Sie das Signal  $x(t)$  in eine Form, die für den Koeffizientenvergleich mit der trigonometrischen Fourier-Reihe geeignet ist. (5 P)
- (e) Markieren Sie in Ihrem zuvor bestimmten Ausdruck für das Signal  $x(t)$  jeweils die geraden und ungeraden Wechselanteile. (2 P)
- (f) Bestimmen Sie die trigonometrischen Fourier-Reihenoeffizienten des Signals  $x(t)$ . (2 P)
- (g) Wie lässt sich der Gleichanteil eines Zeitsignals anhand der Koeffizienten von dessen Fourier-Reihe bestimmen? Geben Sie den Gleichanteil des Signals  $x(t)$  an. (1 P)

- (h) Geben Sie die Fourier-Transformierte  $X(j\omega)$  des Signals  $x(t)$  an. (4 P)  
*Hinweis: Eine explizite Berechnung der Fourier-Transformation ist nicht notwendig!*
- (i) Skizzieren Sie das Spektrum  $X(j\omega)$  im Bereich  $\omega \in [-3\omega_0, 3\omega_0]$  mit allen Achsenbeschriftungen. Stellen Sie hierfür die reellen und imaginären Frequenzkomponenten in je einem eigenen Diagramm dar. (4 P)
- (j) Erläutern Sie, wie die Periodizität eines Zeitsignals bestimmt werden kann, welches die Summe mehrerer periodischer Teilfunktionen ist. Bestimmen Sie dementsprechend die Periode  $T_x$  des Signals  $x(t)$ . (4 P)

**Teil 3** *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 2 gelöst werden.*

- (k) Bei der Darstellung von nur **stückweise** stetigen Zeitsignalen mittels Fourier-Reihenoeffizienten treten in der Umgebung von Sprungstellen unerwünschte Effekte auf. Erklären Sie, warum es dazu kommt, wie diese Effekte aussehen und wie die Bezeichnung dafür lautet. (3 P)

## Aufgabe 2 (34 Punkte)

**Teil 1** Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und Teil 3 gelöst werden.

Gegeben sind die diskrete Fourier-Transformierte  $V_{1,M}(\mu) = \text{DFT}\{v_1(n)\}$  und die diskrete Folge  $v_2(n) = \text{IDFT}\{V_{2,M}(\mu)\}$ , beide der Länge  $M = 4$ :

$$V_{1,M}(\mu) = \begin{cases} 6 & , \mu = 0, \\ 2 + j2 & , \mu = 1, \\ -3 & , \mu = 2, \\ 2 - j2 & , \mu = 3, \end{cases} \quad v_2(n) = \begin{cases} 2 & , n = 0, \\ 0 & , n = 1, \\ 1 & , n = 2, \\ 1 & , n = 3. \end{cases}$$

- (a) Wie lässt sich der Mittelwert  $\bar{v}_1$  einer diskreten Folge  $v_1(n)$  der Länge  $M$  aus dem Spektrum  $V_{1,M}(\mu)$  bestimmen? Geben Sie den allgemein gültigen Zusammenhang sowie den Mittelwert  $\bar{v}_1$  an. (3 P)
- (b) Skizzieren Sie den Betrag von  $V_{1,M}(\mu)$  für  $\mu \in \{0, \dots, 4, 5\}$  sowie die diskrete Folge  $v_2(n)$  für  $n \in \{0, 1, 2, 3\}$ . Achten Sie auf eine vollständige Achsenbeschriftung. (4 P)
- (c) Bestimmen Sie die DFT  $V_{2,M}(\mu)$  der diskreten Folge  $v_2(n)$  für  $\mu \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ . (5P)
- (d) Das Zeitsignal  $v_3(n)$  ist das Ergebnis der zyklischen Faltung  $v_3(n) = v_1(n) \otimes v_2(n)$ . Berechnen Sie das Spektrum  $V_3(\mu) = V_1(\mu) \cdot V_2(\mu)$  im Bereich  $\mu \in \{0, 1, 2, 3\}$ . (4P)

**Teil 2** Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und Teil 3 gelöst werden.

Gegeben sei die diskrete Fourier-Transformierte  $V_{4,M}(\mu)$  einer diskreten Folge  $v_4(n)$  der Länge  $M = 4$ :

$$V_{4,M}(\mu) = \begin{cases} 3 & , \mu = 0, \\ j4 & , \mu = 1, \\ 5 & , \mu = 2, \\ -j4 & , \mu = 3. \end{cases}$$

- (e) Geben Sie die Formel für die inverse diskrete Fourier-Transformation an und berechnen Sie das Zeitsignal  $v_4(n)$  aus dem Spektrum  $V_{4,M}(\mu)$ . (6 P)

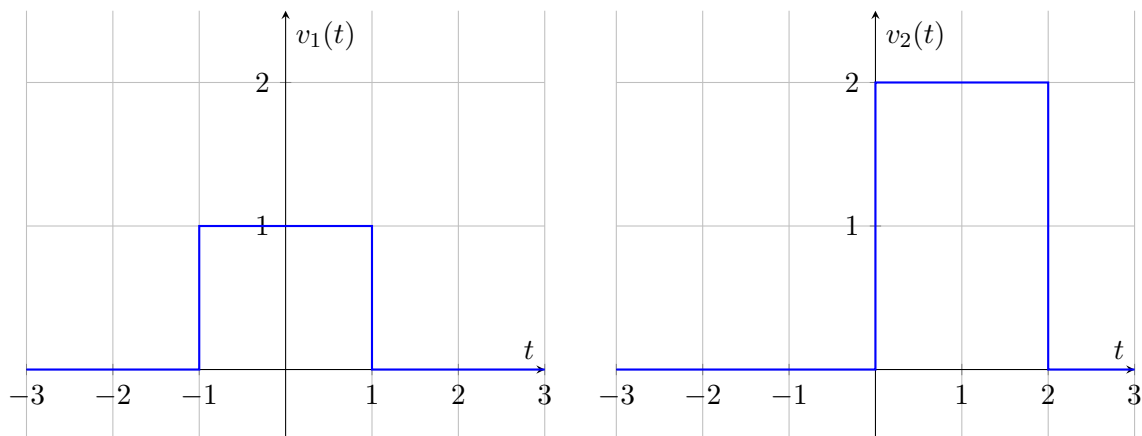
(f) Handelt es sich bei der diskreten Folge  $v_4(n)$  um eine reellwertige oder komplexwertige Folge? Begründen Sie Ihre Antwort anhand der Eigenschaften der diskreten Fourier-Transformation. (3 P)

(g) Nennen Sie eine Eigenschaft der DFT bezüglich Periodizität und beweisen Sie diese Eigenschaft formal. (4P)

**Teil 3** Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und Teil 2 gelöst werden.

(h) Was ergibt die Faltung zweier Rechteckfunktionen gleicher Breite? (1 P)

Gegeben seien die kontinuierlichen Rechteckfunktionen  $v_1(t)$  und  $v_2(t)$  mit der Breite  $T = 2$ .



(i) Zeichnen Sie die Funktion  $v_3(t) = v_1(t) * v_2(t)$ . Denken Sie an alle Achsenbeschriftungen. (4 P)

### Aufgabe 3 (31 Punkte)

**Teil 1** Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.

Gegeben sei ein diskretes System mit der Übertragungsfunktion  $H(z)$ :

$$H(z) = K \frac{z - z_0}{(z - (1 + j))(z - z_\infty)}$$

- (a) In Abbildung 1 sind drei unvollständige Pol-Nullstellen-Diagramme dieses Systems (3 P) gegeben. Ergänzen Sie in diesen unter Berücksichtigung von  $H(z)$  Pol- und Nullstellen so, dass das System in (A) maximalphasig, in (B) stabil und in (C) reellwertig wird.

*Hinweis: Es gibt verschiedene Lösungsmöglichkeiten.*

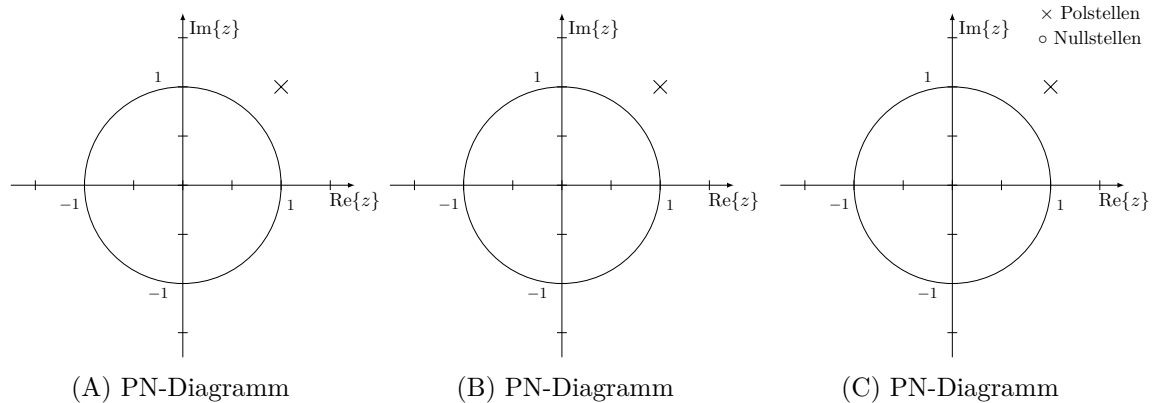


Abbildung 1: Unvollständige Pol-Nullstellen-Diagramme von  $H(z)$ .

- (b) Begründen Sie, warum Sie die Pol- und Nullstellen in Teilaufgabe (a) entsprechend (3 P) platziert haben.
- (c) Es gelte nun  $z_0 = -\frac{3}{4}$  und  $z_\infty = 1 - j$ . Berechnen Sie die Übertragungsfunktion in (4 P) Polynomdarstellung. Es gelte  $H(3) = \frac{3}{2}$ .

**Teil 2** Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.

Gegeben sei ein kontinuierliches System mit der folgenden Übertragungsfunktion  $H(s)$ :

$$H(s) = \frac{s + 3}{(s + 1)^2}$$

- (d) Geben Sie die Pol- und Nullstellen des Systems an. (3 P)
- (e) Zeichnen Sie das Pol-Nullstellen-Diagramm von  $H(s)$ . Denken Sie an eine vollständige Beschriftung. (4 P)

- (f) Bestimmen Sie die Impulsantwort  $h(t)$  des Systems. (4 P)  
*Hinweis: Eine Partialbruchzerlegung ist zur Lösung dieser Aufgabe nicht erforderlich.*
- (g) Beschreiben Sie qualitativ das Verhalten der Impulsantwort  $h(t)$ . (2 P)
- (h) Ist das System kausal und stabil? Begründen Sie Ihre Antwort anhand der Impulsantwort und im Falle der Stabilität auch anhand des Pol-Nullstellen-Diagramms. (3 P)
- (i) Wie wirkt sich die Lage der Pol- und Nullstellen auf das Systemverhalten aus? (2 P)
- (j) Bestimmen Sie das Konvergenzgebiet der Übertragungsfunktion und begründen Sie Ihre Antwort. Kennzeichnen Sie das Konvergenzgebiet außerdem im Pol-Nullstellen-Diagramm aus Aufgabenteil (e). (3 P)

Dies ist eine leere Seite.