Signale und Systeme I

Modulklausur WS 2023

Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Datum:	19.03.2024
Name:	______________________________
Matrikelnummer:	______________________________

Erklärung der Kandidatin/des Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.
Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: ______________________________

Korrektur

Aufgabe	1	2	3
Punkte	/33	/31	/36

Summe der Punkte: __________________ /100

Einsicht/Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Bewertung einverstanden bin.

☐ Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den __________________ Unterschrift: ______________________________

Signale und Systeme I

Modulklausur WS 2023

Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Ort:	F-SR III - Gebäude F
Datum:	19.03.2024
Beginn:	08:30 h
Einlesezeit:	10 Minuten
Bearbeitungszeit:	90 Minuten

Hinweise

- Legen Sie Ihren Studierendenausweis oder Personalausweis zur Überprüfung bereit.
- Schreiben Sie auf **jedes** abzugebende Blatt deutlich Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**. Dabei verwenden Sie bitte für **jede Aufgabe** der Klausur einen **neuen Papierbogen**. Zusätzliches Papier erhalten Sie auf Anfrage.
- Verwenden Sie zum Schreiben **weder Bleistift noch Rotstift**.
- Alle Hilfsmittel – außer solche, die die Kommunikation mit anderen Personen ermöglichen – sind erlaubt. Nicht zugelassene Hilfsmittel sind außer Reichweite aufzubewahren und auszuschalten.
- Die direkte Kommunikation mit Personen, die nicht der Klausuraufsicht zuzuordnen sind, ist grundsätzlich ebenfalls untersagt.
- Lösungswege müssen zur Vergabe der vollen Punktzahl immer nachvollziehbar und mit Begründung versehen sein. Sind Funktionen zu skizzieren, müssen grundsätzlich alle Achsen beschriftet werden. Beachten Sie, dass die Punkteverteilung in den Teilaufgaben nur vorläufig ist!
- Sollten Sie sich während der Klausur durch äußere Umstände bei der Bearbeitung der Klausur beeinträchtigt fühlen, ist dies unverzüglich gegenüber der Klausuraufsicht zu rügen.
- 5 Minuten und 1 Minute vor Klausurende werden Ankündigungen gemacht. Wird das **Ende der Bearbeitungszeit** angesagt, darf **nicht mehr geschrieben** werden.
- Legen Sie am Ende der Klausur alle Lösungsbögen ineinander (so, wie sie ausgeteilt wurden) und geben Sie auch die Aufgabenblätter und das **Deckblatt mit Ihrer Unterschrift** mit ab.
- Bevor alle Klausuren eingesammelt sind, darf weder der Sitzplatz verlassen noch geredet werden. Jede Form der Kommunikation wird zu diesem Zeitpunkt noch als **Täuschungsversuch** gewertet.
- Während der **Einlesezeit ist die Bearbeitung der Aufgaben untersagt**, dementsprechend sind alle Schreibutensilien oder Hilfsmittel beiseitezulegen. Jede Zuwiderhandlung wird als **Täuschungsversuch** geahndet.

Aufgabe 1 **(33 Punkte)**

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

Die komplexen Fourier-Reihenkoeffizienten c_μ des zeitkontinuierlichen Signals $v(t) \in \mathbb{R}$ sind gegeben durch:

$$c_\mu = \begin{cases} -\frac{1}{4} + j3 & , \ \mu = -5, \\ -j & , \ \mu = -4, \\ \frac{1}{2} & , \ \mu = -1, \\ 2e^{-j\pi(\mu+1)} & , \ \mu = 0, \\ \frac{1}{2} & , \ \mu = 1, \\ j & , \ \mu = 4, \\ -\frac{1}{4} - j3 & , \ \mu = 5, \\ 0 & , \ \text{sonst.} \end{cases}$$

Es gilt $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ und $T > 0$.

(a) Bestimmen Sie aus den komplexen Fourier-Reihenkoeffizienten die zugehörigen trigonometrischen Fourier-Reihenkoeffizienten c_0, a_μ und b_μ des Signals $v(t)$ für $\mu \in \mathbb{N}$. (4 P)

(b) Geben Sie die Definition der trigonometrischen Fourier-Reihe an und bestimmen Sie das Signal $v(t)$ anhand der zuvor bestimmten trigonometrischen Fourier-Reihenkoeffizienten. (3 P)

(c) Markieren Sie in Ihrem zuvor bestimmten Ausdruck für das Signal $v(t)$ den Gleichanteil sowie die geraden und ungeraden Wechselanteile. (3 P)

Das Signal $v(t)$ wird nun mit der Abtastfrequenz $\omega_A = 6\omega_0$ abgetastet, woraus das zeitdiskrete Signal $v_A(n)$ resultiert.

(d) Begründen Sie, ob das Abtasttheorem bei der Abtastung des Signals $v(t)$ mit der Abtastfrequenz ω_A eingehalten wird. Welche Folgen hätte die Verletzung des Abtasttheorems? (4 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

Gegeben sei das Spektrum $X(j\omega)$ mit $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, $T > 0$ und $X(j\omega) = 0, \forall |\omega| > 3\omega_0$, welches in der folgenden Abbildung dargestellt ist:

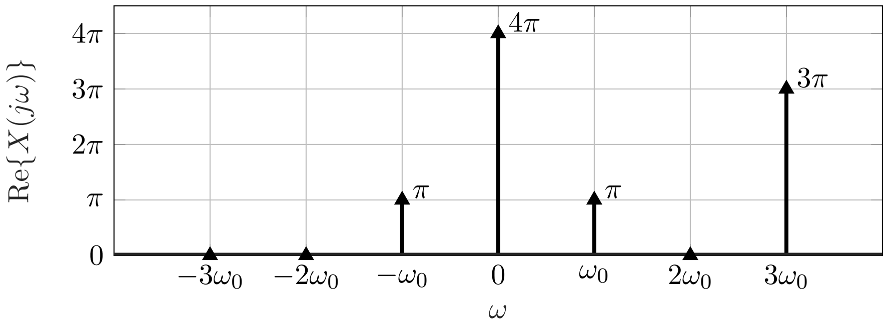


Abbildung 1: Realteil des Spektrums $X(j\omega)$.

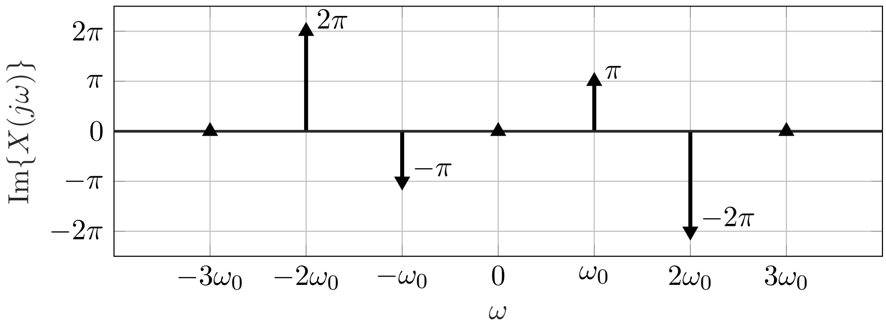


Abbildung 2: Imaginärteil des Spektrums $X(j\omega)$.

(e) Geben Sie einen Ausdruck für das Spektrum $X(j\omega)$ mit allen vorkommenden Spektralanteilen an. (5 P)

(f) Bestimmen Sie die inverse Fourier-Transformierte $x(t)$ des Spektrums $X(j\omega)$. (5 P)

Hinweis: Die explizite Berechnung der inversen Fourier-Transformation ist nicht notwendig!

(g) Markieren Sie vorhandene reelle gerade/ungerade Wechselanteile und imaginäre gerade/ungerade Wechselanteile des Zeitsignals $x(t)$. (4 P)

Hinweis: Formen Sie mögliche komplexe Wechselanteile in ihre reellen und imaginären Anteile um!

(h) Ist das Spektrum $X(j\omega)$ hermite-symmetrisch? Argumentieren Sie anhand der vorkommenden Spektral- und/oder Signalanteile. (3 P)

(i) Ist das Spektrum $X(j\omega)$ bandbegrenzt? Begründen Sie Ihre Aussage. (2 P)

Aufgabe 2 (31 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben ist die diskrete Fourier-Transformierte $V_{\mathrm{a},M}(\mu) = \mathrm{DFT}\{v_\mathrm{a}(n)\}$ und die diskrete Folge $v_\mathrm{b}(n) = \mathrm{IDFT}\{V_{\mathrm{b},M}(\mu)\}$, beide der Länge $M = 4$:

$$V_{\mathrm{a},M}(\mu) = \begin{cases} 10, & \mu = 0, \\ 5 + j12, & \mu = 1, \\ 2, & \mu = 2, \\ 5 - j12, & \mu = 3, \end{cases} \qquad v_\mathrm{b}(n) = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 2, & n = 1, \\ 3, & n = 2, \\ 5, & n = 3. \end{cases}$$

(a) Sie möchten das Ergebnis der zyklischen Faltung von $v_\mathrm{c}(n) = v_\mathrm{a}(n) \circledast v_\mathrm{b}(n)$ aus den oben gegebenen Signalen bestimmen. Beschreiben Sie zwei mögliche Vorgehensweisen! (5 P)

(b) Gegeben seien zwei Folgen der Länge M. Welche Faltungs-Arten kennen Sie für die Faltung dieser Folgen? Nennen Sie den Hauptunterschied zwischen den Faltungs-Arten! (3 P)

(c) Nehmen Sie an, dass die Folge $v_\mathrm{a}(n) = v_\mathrm{b}(n) \circledast h(n)$ das Ergebnis einer zyklischen Faltung mit einer Folge $h(n)$ ist. Wie würden Sie die Diskrete Fourier-Transformierte $H_M(\mu) = \mathrm{DFT}\{h(n)\}$ bestimmen? Beschreiben Sie Ihre Vorgehensweise! (3 P)

(d) Bestimmen Sie die diskrete Fourier-Transformierte $H_M(\mu) = \mathrm{DFT}\{h(n)\}$ für $\mu \in \{0, 1, 2, 3\}$. Vereinfachen Sie soweit es geht! (10 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*
Alle Teilaufgaben in diesem Aufgabenteil können unabhängig von einander gelöst werden.

Gegeben seien die diskreten Fourier-Transformierten der Folgen $v_1(n)$ und $v_2(n)$:

$$V_{1,4}(\mu) = \begin{cases} 0 & , \mu = 0 \\ -3 + j4 & , \mu = 1 \\ 4 & , \mu = 2 \\ -3 - j4 & , \mu = 3 \end{cases}, \qquad V_{2,4}(\mu) = \begin{cases} 3 & , \mu = 0 \\ 1,5e^{-j\cdot\cos(\frac{3}{7})\cdot\sin(e)} & , \mu = 1 \\ -2 & , \mu = 2 \\ 1,5e^{+j\cdot\cos(\frac{3}{7})\cdot\sin(e)} & , \mu = 3 \end{cases}.$$

(e) Skizzieren Sie den Betrag der diskreten Folgen $V_{1,4}(\mu)$ und $V_{2,4}(\mu)$ mit allen Achsenbeschriftungen für $\mu \in \{-4, -3, ..., 2, 3\}$. Runden Sie auf zwei Nachkommastellen. (4 P)

(f) Aus der Vorlesung Signale und Systeme I ist Ihnen bekannt, dass die diskrete Fourier-Transformation $V_M(\mu)$ einer Folge $v(n)$ M-periodisch ist. Beweisen Sie diese Eigenschaft durch eine Rechnung, ohne die Zahlen für M und $v(n)$ einzusetzen. (6 P)

Aufgabe 3 (36 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und 3 gelöst werden.*

Gegeben sei das zeitkontinuierliche System $S_1\{v_1(t)\}$ mit der folgenden Systemantwort $y_1(t)$:

$$y_1(t) = \int_{-\infty}^{t} \alpha\, v_1(\tau)\, e^{\pi\,\alpha\, t+\tau}\, d\tau,$$

wobei $\alpha \in \mathbb{R}$ gelte.

(a) Bestimmen Sie die Antwort des Systems $y_{0,1}(t)$ auf die Anregung mit $v_1(t) = \delta_0(t)$. (5 P)

(b) Bestimmen Sie die Antwort des Systems $y_{-1,1}(t)$ auf die Anregung mit $v_1(t) = \delta_{-1}(t)$. (5 P)

(c) Was muss für α gelten, damit das System stabil ist? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 P)

(d) Ist das System reellwertig und kausal? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 3 gelöst werden.*

Gegeben seien zwei diskrete Systeme. Das eine System besitzt die Übertragungsfunktion

$$H_2(z) = \frac{1}{2}\,\frac{\Big(z-(-1+j)\Big)\Big(z-(-1-j)\Big)}{\Big(z-(-\frac{1}{2}+j\,\frac{1}{2})\Big)\Big(z-(-\frac{1}{2}-j\,\frac{1}{2})\Big)}$$

und das andere System die Impulsantwort

$$h_{0,3}(n) = -\frac{1}{3}\,\gamma_0(n) + \frac{4}{3}\left(\frac{3}{4}\right)^n \gamma_{-1}(n).$$

(e) Was lässt sich anhand der Symmetrie der Pol- und Nullstellen über den Verlauf des Betragsfrequenzgangs $|H_2(e^{j\Omega})|$ sagen? (2 P)

(f) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $H_3(z) = \mathcal{Z}\{h_{0,3}(n)\}$ in Polynomdarstellung. Vereinfachen Sie das Ergebnis so weit wie möglich. (5 P)

(g) Die beiden Systeme mit den Übertragungsfunktionen $H_2(z)$ und $H_3(z)$ werden entsprechend Abbildung 3 hintereinandergeschaltet. Geben Sie die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems $H_{\text{ges}}(z)$ in Produktdarstellung an. Welchen Einfluss hat $H_2(z)$ auf $|H_{\text{ges}}(e^{j\Omega})|$? (3 P)

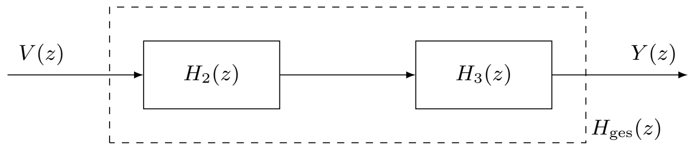


Abbildung 3: Reihenschaltung der Systeme $H_2(z)$ und $H_3(z)$.

(h) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $H_{\text{ges}}(z)$ in Polynomdarstellung. Vereinfachen Sie das Ergebnis so weit wie möglich. (5 P)

Teil 3 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 2 gelöst werden.*

Gegeben sei ein diskretes System mit der Impulsantwort $h_{0,4}(n)$ aus Abbildung 4.

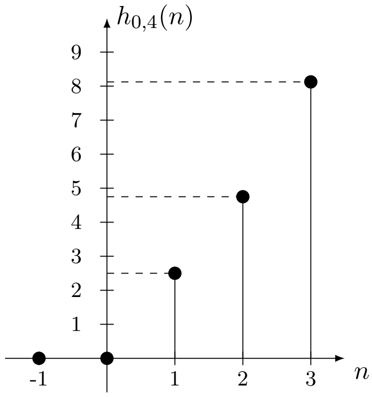


Abbildung 4: Impulsantwort $h_{0,4}(n)$ im Bereich $n \in [-1, 3]$.

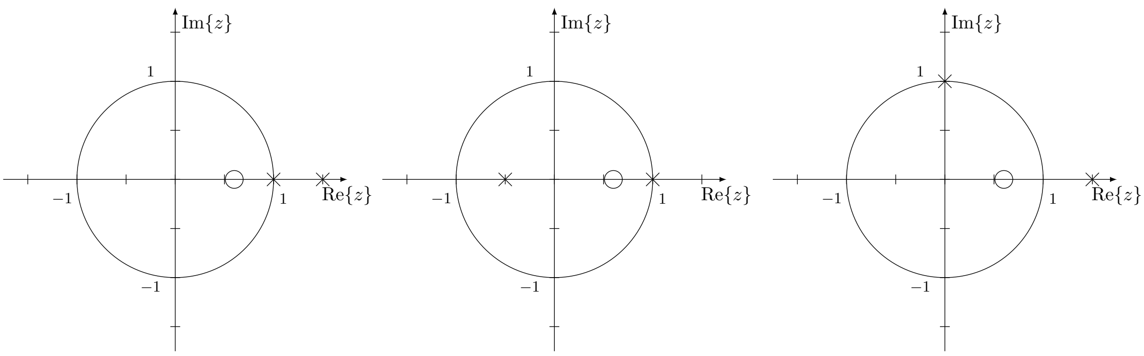
(i) Ordnen Sie die richtige Impulsantwort der abgebildeten Impulsantwort zu. Begründen Sie Ihre Antwort. (2 P)

(A) $h_{0,4,A}(n) = -\gamma_0(n) - \gamma_{-1}(n) + 3\left(\frac{3}{2}\right)^n \gamma_{-1}(n)$

(B) $h_{0,4,B}(n) = -2\,\gamma_{-1}(n) + 3\left(\frac{3}{2}\right)^n \gamma_{-1}(n)$

(C) $h_{0,4,C}(n) = -\gamma_0(n) - 2\,\gamma_{-1}(n) + 3\left(\frac{3}{2}\right)^n \gamma_{-1}(n)$

(j) Nennen Sie zwei Systemeigenschaften, mit denen eindeutig überprüft werden kann, welches Pol-Nullstellen-Diagramm aus Abbildung 5 zum gegebenen System gehört. Geben Sie für jedes Pol-Nullstellen-Diagramm mit Hilfe dieser Eigenschaften an, ob dieses zum gegebenen System gehört. (4 P)



(A) PN-Diagramm (B) PN-Diagramm (C) PN-Diagramm

Abbildung 5: Pol-/Nullstellen-Diagramme diskreter Systeme.

(k) Ist das System aus Abbildung 5 (B) minimalphasig? Begründen Sie Ihre Antwort. (1 P)

Dies ist eine leere Seite.