

Prüfer:



# Signale und Systeme II

## Modulklausur Sommersemester 2022

Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt

Da	tum:	05.09.2022				
Na	me:			_		
Ma	trikelnumn	ner:		<del>_</del>		
Erl	därung der	Kandidatin/des Kand	lidaten vor Beginn der	Prüfung		
pri Ich	ifungsfähig nehme zu	bin. r Kenntnis, dass der T	Germin für die Klausure	ugelassen bin und dass ich einsicht vom Prüfungsamt ngsergebnis im QIS-Portal		
			_	ich meine endgültige Note		
	•	9	-	des zweiten Prüfungszeit-		
	raums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.					
Unterschrift:						
Ko	rrektur					
Ko		1	2	9		
Ko	Aufgabe	1 //22	2	3 (22)		
Ko		1 /33	2 /33	3 /33		
	Aufgabe	/33				
Su	Aufgabe Punkte	/33 inkte:	/33			
Su:	Aufgabe Punkte mme der Punsicht/Rückermit bestä	/33 unkte:  kgabe tige ich, dass ich die Ko	/99	/33 gesehen habe und mit der		
Su:	Aufgabe Punkte mme der Punkte ermit bestärf diesem De	/33 unkte:  kgabe tige ich, dass ich die Kockblatt vermerkten Bev	/33 /99  orrektur der Klausur ein wertung einverstanden bei mir. Ein späterer	gesehen habe und mit der bin.		
Su:	Aufgabe Punkte mme der Punkte ermit bestärf diesem De	/33  inkte:  kgabe  tige ich, dass ich die Kockblatt vermerkten Bevorsurunterlagen verbleiber und Benotung ist nich	/33 /99  orrektur der Klausur ein wertung einverstanden bei mir. Ein späterer	gesehen habe und mit der bin.		

## Signale und Systeme II

#### Modulklausur Sommersemester 2022

Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt

Ort: OS40, R. 201
Datum: 05.09.2022
Beginn: 09:00 h
Einlesezeit: 10 Minuten
Bearbeitungszeit: 90 Minuten

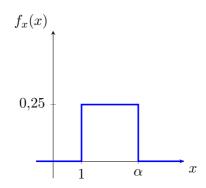
#### Hinweise

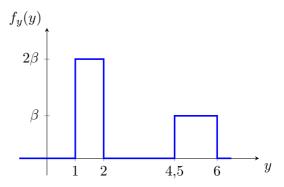
- Legen Sie Ihren Studierendenausweis oder Personalausweis zur Überprüfung bereit.
- Schreiben Sie auf **jedes** abzugebende Blatt deutlich Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**. Dabei verwenden Sie bitte für **jede Aufgabe** der Klausur einen **neuen Papierbogen**. Zusätzliches Papier erhalten Sie auf Anfrage.
- Verwenden Sie zum Schreiben weder Bleistift noch Rotstift.
- Alle Hilfsmittel außer solche, die die Kommunikation mit anderen Personen ermöglichen sind erlaubt. Nicht zugelassene Hilfsmittel sind außer Reichweite aufzubewahren und auszuschalten.
- Die direkte Kommunikation mit Personen, die nicht der Klausuraufsicht zuzuordnen sind, ist grundsätzlich ebenfalls untersagt.
- Lösungswege müssen zur Vergabe der vollen Punktzahl immer nachvollziehbar und mit Begründung versehen sein. Sind Funktionen zu skizzieren, müssen grundsätzlich alle Achsen beschriftet werden. Beachten Sie, dass die Punkteverteilung in den Teilaufgaben nur vorläufig ist!
- Sollten Sie sich während der Klausur durch äußere Umstände bei der Bearbeitung der Klausur beeinträchtigt fühlen, ist dies unverzüglich gegenüber der Klausuraufsicht zu rügen.
- 5 Minuten und 1 Minute vor Klausurende werden Ankündigungen gemacht. Wird das Ende der Bearbeitungszeit angesagt, darf nicht mehr geschrieben werden.
- Legen Sie am Ende der Klausur alle Lösungsbögen ineinander (so, wie sie ausgeteilt wurden) und geben Sie auch die Aufgabenblätter und das **Deckblatt mit Ihrer Unterschrift** mit ab.
- Bevor alle Klausuren eingesammelt sind, darf weder der Sitzplatz verlassen noch geredet werden. Jede Form der Kommunikation wird zu diesem Zeitpunkt noch als **Täuschungsversuch** gewertet.
- Während der Einlesezeit ist die Bearbeitung der Aufgaben untersagt, dementsprechend sind alle Schreibutensilien oder Hilfsmittel beiseitezulegen. Jede Zuwiderhandlung wird als Täuschungsversuch geahndet.

## Aufgabe 1 (33 Punkte)

Teil 1 Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und 3 gelöst werden.

Gegeben seien die stochastisch unabhängigen, stückweise gleichverteilten Zufallsvariablen x und y mit den Wahrscheinlichkeitsdichten  $f_x(x)$  und  $f_y(y)$  in graphischer Form:





(a) Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsdichten  $f_x(x)$  und  $f_y(y)$  in Abhängigkeit von  $\alpha$  (3 P) und  $\beta$  an.

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & \text{für } 1 \le x < \alpha, \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}$$

$$f_y(y) = \begin{cases} 2\beta, & \text{für } 1 \le y < 2, \\ \beta, & \text{für } 4,5 \le y < 6, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

(b) Bestimmen Sie  $\alpha$  und  $\beta$ . (3 P)  $\alpha = 5, \ \beta = \frac{2}{7}$ 

(c) Berechnen Sie die Verbunddichte  $f_{x,y}(x,y)$  unter Verwendung Ihrer Ergebnisse aus (3 P) (a) und (b). Es gilt  $f_{x,y} = f_x(x)f_y(y)$ .

$$f_{x,y}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{7}, & \text{für } 1 \le x < 5 \land 1 \le y < 2, \\ \frac{1}{14}, & \text{für } 1 \le x < 5 \land 4, 5 \le y < 6, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Teil 2 Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 3 gelöst werden.

Gegeben ist die reelle Zufallsvariable  $v_1$  mit der Verteilungsfunktion  $F_{v_1}(v_1)$ 

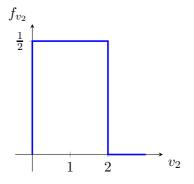
$$F_{v_1}(v_1) = \begin{cases} a, & \text{für } v_1 < b, \\ \frac{1}{4}v_1 + \frac{1}{4}, & \text{für } b \le v_1 < 3, \\ 6c, & \text{für } 3 \le v_1, \end{cases}$$

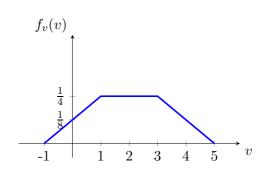
welche anhand der reellen Konstanten a, b und c definiert ist.

- (d) Bestimmen Sie die Konstanten a,b und c. Begründen Sie!  $a=0,b=-1,c=\frac{1}{6}$
- (e) Berechnen Sie die zugehörige Wahrscheinlichkeitsdichte mit den Ergebnissen aus (d). (3 P)

$$f_{v_1}(v_1) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & \text{für } -1 \le v_1 < 3, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

(f) Gegeben sei nun zusätzlich der stochastisch unabhängige Prozess  $v_2$ , wobei  $v_2$  auf dem Intervall [0,2] gleichverteilt ist. Skizzieren Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte des Prozesses  $v_2$ , sowie des Summenprozesses  $v_2 + v_1 + v_2$ .





(g) Berechnen Sie das ersten Moment und das zweite zentrale Momente von v. (4 P) Der Mittelwert kann aus der Verteilungsdichtefunktion abgelesen werden oder durch

$$m_v = m_{v_1} + m_{v_2}$$
  
= 1 + 1  
= 2

berechnet werden. Die Varianz kann bestimmt werden durch

$$\sigma_v^2 = \sigma_{v_1}^2 + \sigma_{v_2}^2 + 2\psi_{v_1, v_2}(k).$$

Da beide Prozesse statistisch unabhängig  $(\psi_{v_1,v_2}(k)=0)$  sind, folgt

$$\sigma_v^2 = \frac{4}{3} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3},$$

da für für die Varianz von Gleichverteilungen

$$\sigma_{v_i}^2 = \frac{1}{12}(v_{i_{max}} - v_{i_{min}})^2$$

gilt.

**Teil 3** Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 2 gelöst werden.

Gegeben sei die folgende Verbundwahrscheinlichkeitsdichte:

$$f_{a,b}(a,b) = \begin{cases} \frac{1}{9}, & \text{für } 3 \le a < 5 \land 1 \le b < 4, \\ \frac{1}{12}, & \text{für } 0 \le a < 2 \land -1 \le b < 1, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

(h) Berechnen Sie die Randdichte  $f_a(a)$ .

$$f_a(a) = \begin{cases} \int_1^4 \frac{1}{9} db, & \text{für } 3 \le a < 5, \\ \int_{-1}^1 \frac{1}{12} db, & \text{für } 0 \le a < 2, \\ 0, & \text{sonst}, \end{cases}$$
$$= \begin{cases} \frac{1}{3}, & \text{für } 3 \le a < 5, \\ \frac{1}{6}, & \text{für } 0 \le a < 2, \\ 0, & \text{sonst}. \end{cases}$$

(i) Berechnen Sie die zugehörige Verteilungsfunktion mit dem Ergebnis aus (h). (3 P)

$$F_a(a) = \begin{cases} 0, & \text{für } a < 0, \\ \frac{1}{6}a, & \text{für } 0 \le a < 2, \\ \frac{1}{3}, & \text{für } 2 \le a < 3, \\ \frac{1}{3}a - \frac{2}{3}, & \text{für } 3 \le a < 5, \\ 1, & \text{für } 5 \le a. \end{cases}$$

(j) Berechnen Sie  $f_c(c=9)$  der resultierenden Dichte, wenn die Abbildungsvorschrift (3 P) c=2a+5 gilt.

Hinweis: Führen Sie eine punktuelle Dichtetransformation durch.

(3 P)

Es gilt allgemein

$$f_c(c_0) = \sum_{i=0}^{N} \frac{f_a(a_{0,i})}{|g'(a_{0,i})|},$$

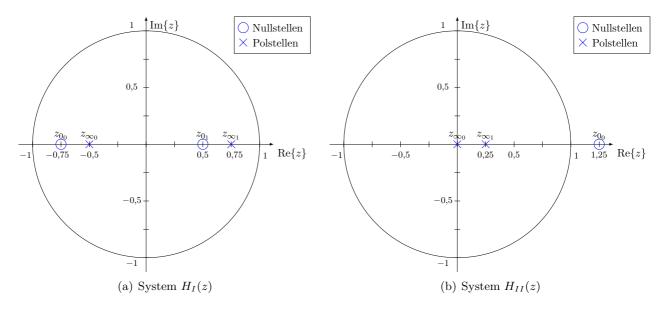
wobei g(a)=c die Abbildungsvorschrift von a nach c ist. Hier gilt N=1. Somit ist der folgende Entwicklungspunkt notwendig:  $c_0=2$ .

$$f_c(c=9) = \frac{f_a(2)}{|g'(2)|} = \frac{f_a(2)}{2} = 0$$

## Aufgabe 2 (33 Punkte)

Teil 1 Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.

Gegeben sind folgende Systeme, beschrieben anhand von Pol- Nullstellendiagrammen:



(a) Bestimmen Sie beide Übertragungsfunktionen  $H_I(z)$  und  $H_{II}(z)$  und geben Sie diese (6 P) in Polynomdarstellung an, bei der z die größte Potenz von 0 besitzt.

$$H_{I}(z) = K_{I} \frac{(z - \frac{1}{2})(z + \frac{3}{4})}{(z + \frac{1}{2})(z - \frac{3}{4})}$$

$$= K_{I} \frac{z^{2} + \frac{1}{4}z - \frac{3}{8}}{z^{2} - \frac{1}{4}z - \frac{3}{8}}$$

$$= K_{I} \frac{1 + \frac{1}{4}z^{-1} - \frac{3}{8}z^{-2}}{1 - \frac{1}{4}z^{-1} - \frac{3}{8}z^{-2}}$$

$$H_{II}(z) = K_{II} \frac{(z - \frac{5}{4})}{z(z - \frac{1}{4})}$$

$$= K_{II} \frac{z - \frac{5}{4}}{z^{2} - \frac{1}{4}z}$$

$$= K_{II} \frac{z^{-1} - \frac{5}{4}z^{-2}}{1 - \frac{1}{4}z^{-1}}$$

(b) Sind die Systeme  $H_I(z)$  und  $H_{II}(z)$  jeweils:

(4.5 P)

- (i) minimalphasig?
- (ii) stabil?
- (iii) kausal?

Begründen Sie Ihre Antworten.

 $H_I(z)$  ist minimalphasig, da alle Nullstellen im Einheitskreis liegen

 $H_{II}(z)$  ist nicht minimalphasig, da nicht alle Nullstellen im Einheitskreis liegen

 $H_I(z)$  ist stabil, da alle Pole im Einheitskreis liegen

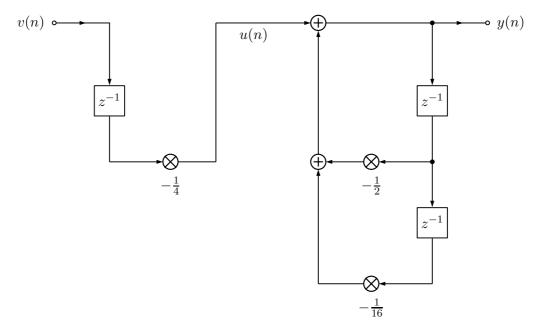
 $H_{II}(z)$  ist stabil, da alle Pole im Einheitskreis liegen

 $H_I(z)$  ist kausal, da der Nennergrad gleich dem Zählergrad ist

 $H_{II}(z)$  ist kausal, da der Nennergrad größer als der Zählergrad ist

### Teil 2 Dieser Aufgabenteil kann unabhägig von Teil 1 gelöst werden.

Gegeben sei nachfolgendes Blockschaltbild. Es seien alle Speicher für n < 0 mit 0 initialisiert.



- (c) Welche Form besitzt das oben angegebene Blockschaltbild? (1 P) Direktform I.
- (d) Welcher Teil des oben angegebenen Blockschaltbildes besitzt eine FIR-Charakteristik (4 P) und welcher Teil eine IIR-Charakteristik? Begründen Sie!
  - Teil 1 mit Eingang v(n) und Ausgang u(n) (transversale Struktur) besitzt eine FIR-Charakteristik, da keine Rückkopplung des Ausgangssignals u(n) erfolgt.
  - **Teil 2** mit Eingang u(n) und Ausgang y(n) (rekursive Struktur) besitzt eine IIR-Charakteristik, da eine Rückkopplung des Ausgangssignals y(n) erfolgt.

Ferner sei nun das Eingangssignal wie folgt definiert:

$$v(n) = [\gamma_{-1}(n-3) - \gamma_0(n)] \cdot \gamma_0(n+1) + 2\gamma_0(n) - 2\gamma_{-1}(n-2) + \gamma_0(n-3) + \gamma_{-1}(n-5) + 2\gamma_{-1}(n-7) + \gamma_{-1}(n-7) \cdot \gamma_0(n-8) - \gamma_{-1}(n-9).$$

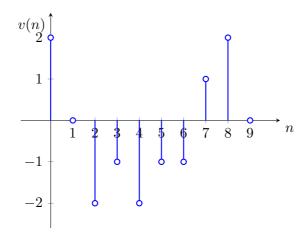
(e) Zeichnen Sie 
$$v(n)$$
 für  $0 \le n < 10$ . (4,5 P)

v(n) kann durch die Ausblendeigenschaft der Impulsfunktion  $\gamma_0(n)$  vereinfacht werden:

$$v(n) = 2\gamma_0(n) - 2\gamma_{-1}(n-2) + \gamma_0(n-3) + \gamma_{-1}(n-5) + 2\gamma_{-1}(n-7) + \gamma_0(n-8) - \gamma_{-1}(n-9)$$

Für  $0 \le n < 10$  ergeben sich für  $\boldsymbol{v} = [v(0), v(1), v(2), \dots, v(9)]^{\mathrm{T}}$  die Werte:

$$\boldsymbol{v} = [2, 0, -2, -1, -2, -1, -1, 1, 2, 0]^{\mathrm{T}}$$



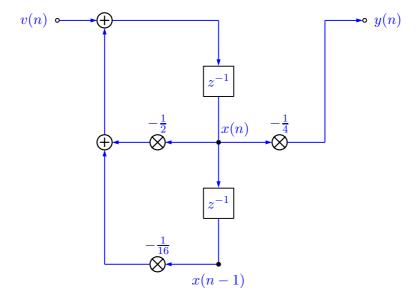
(f) Geben Sie die Folge u(n) in Abhängigkeit von v(n) an.

Aus dem Blockschaltbild ergibt sich u(n) zu:

$$u(n) = -\frac{1}{4} v(n-1).$$

(g) Zeichnen Sie die Direktform II und nennen Sie einen Vorteil gegenüber der oben (4 P) verwendeten Form.

Die Direktform II benötigt weniger Zustandsspeicher als die Direktform I (in diesem Fall zwei) und ergibt sich zu:



- (h) Wie viele Zustände besitzt das System? Kennzeichnen Sie diese in Ihrer Lösung aus (g). Zwei Zustände (Kennzeichnung siehe Lsg. für vorigen Aufgabenteil, x(n), x(n-1)).
  - Zwei Zustände (Reinizeichnung siehe Esg. für vorigen Aufgabenten, x(n), x(n-1)).

(i) Bestimmen Sie die Impulsantwort für das gesamte System. (7 P)

$$y(n) = u(n) - \frac{1}{2}y(n-1) - \frac{1}{16}y(n-2)$$

$$y(n) + \frac{1}{2}y(n-1) + \frac{1}{16}y(n-2) = -\frac{1}{4}v(n-1)$$

Im z-Bereich folgt:

$$\left(1 + \frac{1}{2}z^{-1} + \frac{1}{16}z^{-2}\right) Y(z) = \left(-\frac{1}{4}z^{-1}\right) V(z).$$

Und somit:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{V(z)}$$

$$= \frac{-\frac{1}{4}z^{-1}}{1 + \frac{1}{2}z^{-1} + \frac{1}{16}z^{-2}}$$

$$= \frac{-\frac{1}{4}z}{z^2 + \frac{1}{2}z + \frac{1}{16}}$$

$$= \frac{-\frac{1}{4}z}{\left(z + \frac{1}{4}\right)^2}.$$

Durch Anwenden der bekannten Korrespondenz der z-Transformation aus der Formelsammlung der Vorlesung  $(x(n) = na^n \gamma_{-1}(n), X(z) = \frac{za}{(z-a)^2})$  folgt:

$$h(n) = n \left(-\frac{1}{4}\right)^n \gamma_{-1}(n)$$

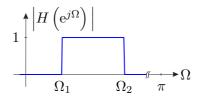
## Aufgabe 3 (33 Punkte)

Teil 1 Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und 3 gelöst werden.

- (a) Welchem Zweck dient die Modulation eines Signals, laut der Vorlesung? Welche Modulationsarten kennen Sie? Nennen Sie mindestens drei Modulationsarten.
  Der Zweck der Modulation ist die Anpassung des Signalspektrums an den Frequenzbereich des zu nutzenden Übertragungs-, Speicher- oder Verarbeitungsmediums. Amplituden-, Phasen- und Frequenzmodulation.
- (b) Nennen Sie ein praxisbezogenes Beispiel jeweils für eine additive und für eine multiplikative Kanalstörung, die besonders bei der Amplitudenmodulation das Signal zu Rauschverhältnis beeinflusst.
  Ein Beispiel für eine additive Störung ist beispielsweise das Netzbrummen bei 50 Hz, eine multiplikative Störung wäre beispielsweise eine Verstärkerschwankung.

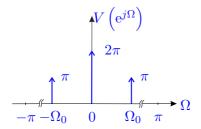
Teil 2 Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 3 gelöst werden.

Ein Signal  $v(n) = 2\cos^2\left(\frac{\Omega_0}{2}n\right)$  soll über einen Kanal mit reeller Impulsantwort und dem nachfolgend dargestellten Betragsfrequenzgang übertragen werden. Gehen Sie davon aus, dass  $\Omega_0 < \Omega_1$ .



(c) Bestimmen Sie die Fouriertransformation  $V\left(e^{j\Omega}\right) - v(n)$  und skizzieren Sie  $V\left(e^{j\Omega}\right)$  (3 P) im Bereich von  $-\pi$  bis  $\pi$ .

$$V\left(e^{j\Omega}\right) = \pi \left[\sum_{\lambda = -\infty}^{\infty} 2\delta_0(\Omega - 2\pi\lambda) + \delta_0(\Omega + \Omega_0 - 2\pi\lambda) + \delta_0(\Omega - \Omega_0 - 2\pi\lambda)\right].$$



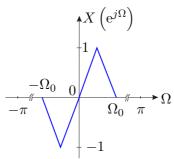
(d) Definieren Sie die Frequenz  $\Omega_0$  so, dass das Signal v(n) bezüglich seiner Bandbreite (1 P) unter Verwendung einer linearen Modulation über den Kanal übertragbar wäre.

$$\Omega_0 \le \frac{\Omega_2 - \Omega_1}{2}$$

(e) Definieren Sie den Bereich für die Trägerfrequenz  $\Omega_T$  so, dass die modulierte bzw. (1 P) hochgemischte Version von v(n) im Durchlassbereich des Kanals liegt. Nehmen Sie dabei an, dass  $\Omega_0$  in dem von (f) geforderten Bereich liegt.

$$\Omega_1 + \Omega_0 \leq \Omega_T \leq \Omega_2 - \Omega_0$$
.

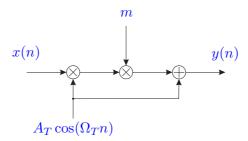
Nun soll das Signal  $X\left(\mathrm{e}^{j\Omega}\right)$   $\longrightarrow$  x(n) über den oben definierten Kanal gesendet werden.



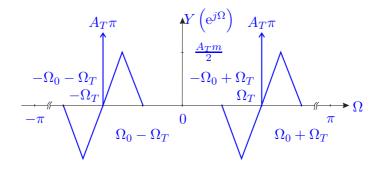
(f) Das Signal x(n) soll amplitudenmoduliert werden. Schreiben Sie allgemein die Modulationsgleichung auf. Das Trägersignal soll dabei mit übertragen werden.

$$y(n) = A_T [1 + mx(n)] \cos(\Omega_T n).$$

(g) Zeichnen Sie ein einfaches Blockschaltbild entsprechend der Gleichung aus (f). (3 P)



(h) Skizzieren Sie das Spektrum des modulierten Signals aus (h) im Bereich von  $-\pi$  bis  $\pi$ . Gehen Sie davon aus, dass  $\Omega_0 + \Omega_T < \pi$ .



**Teil 3** Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 2 gelöst werden.

Das kontinuierliche Signal s(t) soll mit Hilfe der FM-Modulation über einen Kanal übertragen werden.

$$s(t) = \begin{cases} -1\text{V}, & \text{für } 0s \le t < 1s, \\ 2\text{V}, & \text{für } 2s \le t < 4s, \\ -1\text{V}, & \text{für } 5s \le t < 8s, \\ 0\text{V}, & \text{sonst.} \end{cases}$$

(i) Beschreiben Sie die allgemeine Funktion der Winkelmodulation und die Bedeutung (2 P) der einzelnen Variablen und Terme.

Nach der Vorlesung Signale und Systeme II hat die kontinuierliche Winkelmodulation folgende Form:

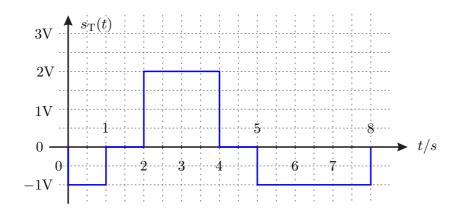
$$\begin{split} c_{\mathrm{T}} = & \, \hat{c}_{\mathrm{T}} \cos \left( \omega_{\mathrm{T}} t + \phi_{\mathrm{T}}(t) \right) = \hat{c}_{\mathrm{T}} \cos \left( \Phi_{\mathrm{T}}(t) \right), \\ \mathrm{Tr\"{a}ger} : c_{\mathrm{T}}, \\ \mathrm{Tr\"{a}geramplitude} : & \, \hat{c}_{\mathrm{T}}, \\ \mathrm{Tr\"{a}gerfrequenz} : & \, \omega_{\mathrm{T}}, \\ \mathrm{Tr\"{a}gerphase} : & \, \phi_{\mathrm{T}}(t), \\ \mathrm{Tr\"{a}ger} - \mathrm{Winkel} - \mathrm{Momentanphase} : \Phi_{\mathrm{T}}(t). \end{split}$$

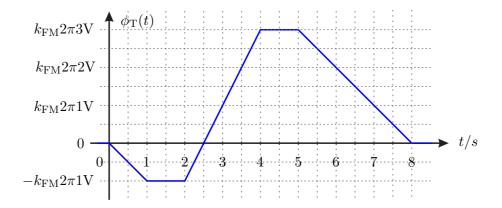
(j) Geben Sie die Momentan-Frequenz  $\Omega_{\rm T}(t)$  und die Momentan-Phase  $\Phi_{\rm T}(t)$  in Abhängigkeit von s(t) und der Modulationskonstante  $k_{\rm FM}$  an.

$$\begin{split} \Omega_{\rm T}(t) &= \omega_{\rm T} + k_{\rm FM} 2\pi s(t), \\ \Phi_{\rm T}(t) &= \omega_{\rm T} t + k_{\rm FM} 2\pi \int_{-\infty}^t s(\tau) d\tau, \\ &= \omega_{\rm T} t + \phi_{\rm T}(t). \end{split}$$

- (k) Skizzieren Sie s(t) im Bereich von 0 bis 8. (3 P)
- (l) Berechnen Sie die Trägerphase (nicht die Momentan-Phase!)  $\phi_T(t)$  und skizzieren (4 P) Sie diese!

$$\phi_{\mathrm{T}}(t) = k_{\mathrm{FM}} 2\pi \int_{-\infty}^{t} s(\tau) d\tau = \begin{cases} -k_{\mathrm{FM}} 2\pi 1 \mathrm{V}t, & \text{für } 0s \leq t < 1s, \\ -k_{\mathrm{FM}} 2\pi 1 \mathrm{V}, & \text{für } 1s \leq t < 2s, \\ k_{\mathrm{FM}} 2\pi 2 \mathrm{V}(t-2.5s), & \text{für } 2s \leq t < 4s, \\ k_{\mathrm{FM}} 2\pi 3 \mathrm{V}, & \text{für } 4s \leq t < 5s, \\ -k_{\mathrm{FM}} 2\pi 1 \mathrm{V}(t-8s), & \text{für } 5s \leq t < 8s, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$





(m) Welche Maßeinheit hat die Konstante  $k_{\rm FM}$ , wenn das Signal s(t) ein Spannungssignal (3 P) ist? Das Signal s(t) hat die Maßeinheit Volt [V]. Frequenz wird in  $\frac{1}{s}$  oder in Hz angegeben. Damit kann die Maßeinheit von  $k_{\rm FM}$  bestimmt werden. Aus der Gleichung für die Momentan-Frequenz ergibt sich die entsprechende Größengleichung:

$$\begin{split} \left[\Omega_{\mathrm{T}}(t)\right] &= \left[\omega_{\mathrm{T}}\right] + \left[k_{\mathrm{FM}}\right] \cdot \left[s(t)\right], \\ \mathrm{Hz} &= \mathrm{Hz} + \left[k_{\mathrm{FM}}\right] \cdot \mathrm{V}, \\ \mathrm{Hz} &= \left[k_{\mathrm{FM}}\right] \cdot \mathrm{V}, \\ \left[k_{\mathrm{FM}}\right] &= \frac{\mathrm{Hz}}{\mathrm{V}} = \frac{1}{\mathrm{s} \cdot \mathrm{V}}. \end{split}$$

(n) Bestimmen Sie die Modulationskonstante  $k_{\rm FM}$  so, dass der Frequenzhub  $\Delta f \pm 50~(2~{\rm P})$  kHz entspricht.

Nach Vorlesung entspricht der Frequenzhub:

$$\Delta f = k_{\rm FM} \hat{s},$$

wobei  $\hat{s}$  der maximale bzw. minimale Wert des Signals s(t) ist. Damit folgt für die Modulationskonstante:

$$k_{\rm FM} = \frac{\pm 50 \text{ kHz}}{\pm 2 \text{ V}} = 25 \frac{\text{kHz}}{\text{V}}.$$

