Signale und Systeme II

Modulklausur Wintersemester 2022/2023

Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Datum:	03.03.2023
Name:	______________________
Matrikelnummer:	______________________

Erklärung der Kandidatin/des Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.
Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: ______________________

Korrektur

Aufgabe	1	2	3
Punkte	/33.5	/32.5	/34

Summe der Punkte: ______________ /100

Einsicht/Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Bewertung einverstanden bin.

☐ Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den ______________ Unterschrift: ______________________

Signale und Systeme II

Modulklausur Wintersemester 2022/2023

Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Ort:	OS75 - Hans-Heinrich-Driftmann-Hörsaal
Datum:	03.03.2023
Beginn:	09:00 h
Einlesezeit:	10 Minuten
Bearbeitungszeit:	90 Minuten

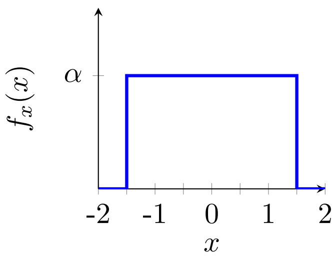
Hinweise

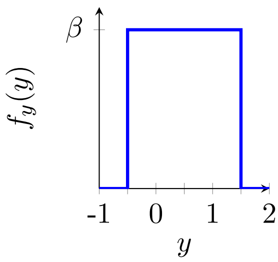
- Legen Sie Ihren Studierendenausweis oder Personalausweis zur Überprüfung bereit.
- Schreiben Sie auf **jedes** abzugebende Blatt deutlich Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**. Dabei verwenden Sie bitte für **jede Aufgabe** der Klausur einen **neuen Papierbogen**. Zusätzliches Papier erhalten Sie auf Anfrage.
- Verwenden Sie zum Schreiben **weder Bleistift noch Rotstift**.
- Alle Hilfsmittel – außer solche, die die Kommunikation mit anderen Personen ermöglichen – sind erlaubt. Nicht zugelassene Hilfsmittel sind außer Reichweite aufzubewahren und auszuschalten.
- Die direkte Kommunikation mit Personen, die nicht der Klausuraufsicht zuzuordnen sind, ist grundsätzlich ebenfalls untersagt.
- Lösungswege müssen zur Vergabe der vollen Punktzahl immer nachvollziehbar und mit Begründung versehen sein. Sind Funktionen zu skizzieren, müssen grundsätzlich alle Achsen beschriftet werden. Beachten Sie, dass die Punkteverteilung in den Teilaufgaben nur vorläufig ist!
- Sollten Sie sich während der Klausur durch äußere Umstände bei der Bearbeitung der Klausur beeinträchtigt fühlen, ist dies unverzüglich gegenüber der Klausuraufsicht zu rügen.
- 5 Minuten und 1 Minute vor Klausurende werden Ankündigungen gemacht. Wird das **Ende der Bearbeitungszeit** angesagt, darf **nicht mehr geschrieben** werden.
- Legen Sie am Ende der Klausur alle Lösungsbögen ineinander (so, wie sie ausgeteilt wurden) und geben Sie auch die Aufgabenblätter und das **Deckblatt mit Ihrer Unterschrift** mit ab.
- Bevor alle Klausuren eingesammelt sind, darf weder der Sitzplatz verlassen noch geredet werden. Jede Form der Kommunikation wird zu diesem Zeitpunkt noch als **Täuschungsversuch** gewertet.
- Während der **Einlesezeit ist die Bearbeitung der Aufgaben untersagt**, dementsprechend sind alle Schreibutensilien oder Hilfsmittel beiseitezulegen. Jede Zuwiderhandlung wird als **Täuschungsversuch** geahndet.

Aufgabe 1 (33.5 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und 3 gelöst werden.*

Gegeben sind die reellen, statistisch unabhängigen Zufallsvariablen x und y und ihre Wahrscheinlichkeitsdichten.





(a) Bestimmen Sie die Konstanten α und β. (2 P)

(b) Skizzieren Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte der Abbildung $z = x + y$. Beschriften Sie! (4 P)

Gegeben sei die reelle Zufallsgröße α, die über das Intervall $[-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ gleichverteilt ist. Zusätzlich sei eine komplexe deterministische Abbildung gegeben:

$$\beta(\alpha) = 3e^{-j\alpha} + \frac{1}{2}.$$

(c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte $f_\alpha(\alpha)$. (2 P)

(d) Berechnen Sie den Erwartungswert der Abbildung $\beta(\alpha)$ getrennt für Real- und Imaginärteil. (5 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 3 gelöst werden.*

Gegeben sei das weiße, mittelwertfreie Rauschsignal $v(t)$. Das Signal wird als Eingangssignal für eine lineare, zeitinvariante Übertragungsstrecke genutzt, die durch $H(j\omega)$ beschrieben werden kann. Weiterhin sei die Autokorrelationsfunktion $s_{yy}(\tau)$ bekannt.

$$v(t) \longrightarrow \boxed{h(t)} \longrightarrow y(t)$$

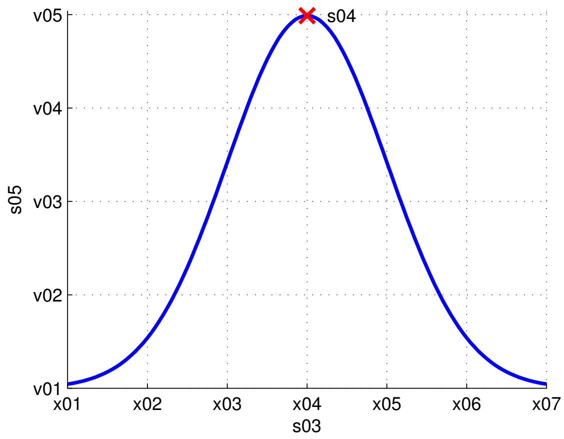
(e) Beschreiben Sie die Autokorrelation und das Leistungsdichtespektrum des Zufallsprozesses $v(t)$ in Worten. (2 P)

(f) Wie würden Sie vorgehen, um den Betrag der Übertragungsfunktion zu bestimmen? Welche Zusammenhänge würden Sie ausnutzen? Geben Sie den mathematischen Zusammenhang an! (3 P)

Das Signal $v(t)$ sei nun ideal bandbegrenzt, sodass $S_{vv}(j\omega) = 0 \;\forall\, \omega \notin (-\omega_g, \omega_g)$ gilt.

(g) Beschreiben Sie, welche Änderungen sich in Bezug auf die Autokorrelation und das Leistungsdichtespektrum ergeben. (2 P)

Nun sei folgende Gaußverteilung $f_g(g)$ gegeben:



(h) Bestimmen Sie das 2. Moment der Verteilungsdichtefunktion. (4.5 P)

Teil 3 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 2 gelöst werden.*

Gegeben sei die Wahrscheinlichkeitsdichte $f_a(a)$ der reellen und kontinuierlichen Zufallsgröße a:

$$f_a(a) = \delta e^{-|a|\phi^{-1}}.$$

Für die Parameter δ und ϕ gilt: $\delta, \phi > 0$.

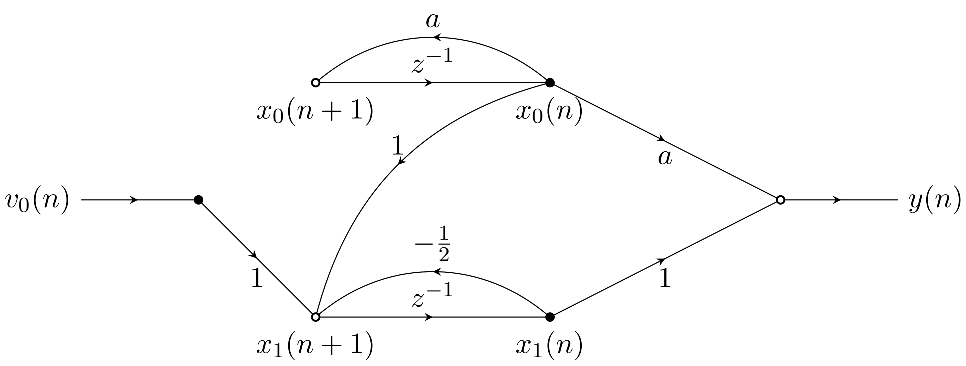
(i) Um was für eine Verteilung handelt es sich? Geben Sie ϕ in Abhängigkeit von δ an. (3 P)

(j) Skizzieren Sie die Verteilungsfunktion $F_a(a)$ grob. Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion anschließend in Abhängigkeit von ϕ. (6 P)

Aufgabe 2 (32.5 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

Für den folgenden Teil sei ein System gegeben, welches durch nachfolgenden Signalflussgraphen beschrieben ist.



Zudem sei der Zustandsraum durch folgende Gleichungen beschrieben:

$$\boldsymbol{x}(n+1) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(n) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{v}(n)$$
$$\boldsymbol{y}(n) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(n) + \boldsymbol{D}\boldsymbol{v}(n)$$

(a) Geben Sie die Anzahl L der Eingänge, N der Zustände und R der Ausgänge des Systems an. (1,5 P)

(b) Bestimmen Sie die Matrizen/Vektoren/Skalare $\boldsymbol{A}$,$\boldsymbol{B}$,$\boldsymbol{C}$,$\boldsymbol{D}$ für obiges System. (4 P)

(c) Bestimmen Sie das charakteristische Polynom der Systemmatrix $\boldsymbol{A}$. (3 P)

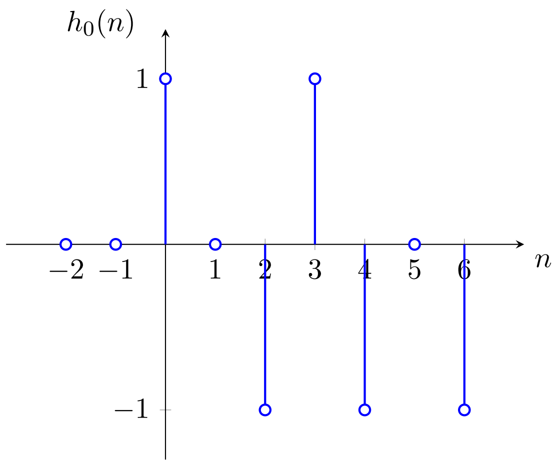
(d) Definieren Sie einen geeigneten Wertebereich für den Parameter a, so dass das System stabil ist. (2 P)

(e) Geben Sie die Übertragungsfunktion $H(z)$ des Systems an. (6 P)

(f) Bestimmen Sie die Impulsantwort $h_0(n)$. (2 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

Gegeben sei nachfolgende diskrete Impulsantwort $h_0(n)$:



Wobei zusätzlich gelte:

$$h_0(n) = 0 \;\forall\; n < 0,$$
$$h_0(n) = -\frac{1}{2^{n-6}} \;\forall\; n > 6.$$

(g) Bestimmen Sie die Gleichung der Impulsantwort auf der Basis gewichteter Impuls- und Sprungfolgen. (4 P)

(h) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $H(z)$. (4 P)

(i) Bestimmen Sie die Differenzengleichung. (4 P)

(j) Hat das System einen direkten Durchgriff? Begründen Sie ihre Antwort. (2 P)

Aufgabe 3 (34 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und 3 gelöst werden.*

(a) Welche Schritte sind nötig, um ein mit einer Zweiseitenbandmodulation moduliertes Signal wieder zurückzugewinnen? Beschreiben Sie in ganzen Sätzen. (2 P)

(b) Welchem Zweck dient die Modulation eines Signals, laut der Vorlesung? Welche Modulationsarten kennen Sie? Nennen Sie mindestens drei Modulationsarten. (2 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und Teil 3 gelöst werden.*

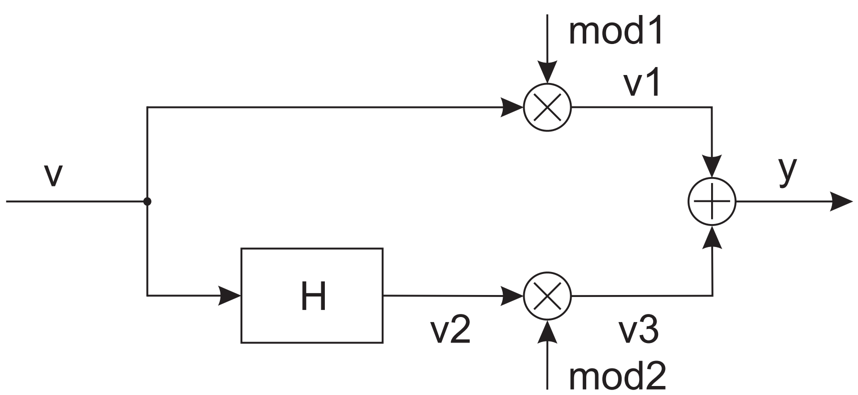
(c) Wie unterscheidet sich die Fouriertransformierte $V_0\left(j\omega\right)$ eines kontinuierlichen bandbegrenzten Signals $v_0(t)$ von der Fouriertransformierten $V\left(\mathrm{e}^{j\Omega}\right)$ seiner mit f_A abgetasteten Version $v_0\left(n\frac{1}{f_A}\right) = v(n)$ mit $n \in \mathbb{Z}$. Beschreiben Sie in eigenen Worten. Fertigen Sie dazu eine Skizze der beiden Spektren an. Gehen Sie von einem reellen Spektrum eines reellen Signals aus. (5 P)

(d) Welche Bedingung muss die Abtastfrequenz f_A erfüllen, damit kein Aliasing auftritt? (2 P)

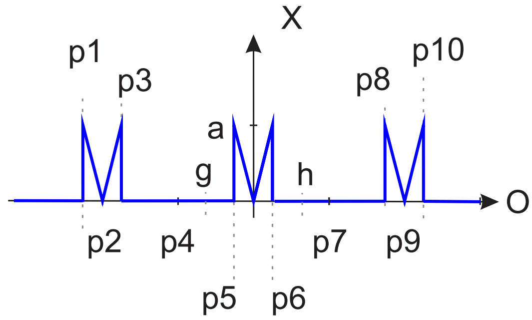
(e) Wie würde das von Ihnen gezeichnete Spektrum aus *(c)* bei Aliasing aussehen? Machen Sie eine Skizze. (3 P)

Teil 3 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 2 gelöst werden.*

Gegeben sei das nachfolgende System



wobei $H\left(e^{j\Omega}\right)$ der zeitdiskrete, nullphasige Hilbert-Transformator ist. Das Eingangssignal $x(n)$ besitzt das nachfolgende, 2π-periodische, reelle Spektrum:



(f) Wofür wird die oben gegebene Schaltung in der Praxis oft genutzt? (2 P)

(g) Geben Sie die allgemeine Definition der zeitdiskreten Hilbert-Transformation an und skizzieren Sie deren Frequenzgang im Intervall $-2\pi < \Omega < 2\pi$. Beschriften Sie alle Achsen. (4 P)

(h) Skizzieren Sie das Spektrum $X_1\left(e^{j\Omega}\right)$ des Signals $x_1(n)$ im Intervall $-2\pi < \Omega < 2\pi$. (2 P)

(i) Geben Sie das Spektrum $X_2\left(e^{j\Omega}\right)$ des Signals $x_2(n)$ in Abhängigkeit von $X\left(\mathrm{e}^{j\Omega}\right)$ an und skizzieren Sie es im Intervall $-\pi < \Omega < \pi$. Gehen Sie davon aus, dass das System keinen Alias erzeugt. (4 P)

(j) Geben Sie das Spektrum $X_3\left(e^{j\Omega}\right)$ des Signals $x_3(n)$ in Abhängigkeit von $X\left(\mathrm{e}^{j\Omega}\right)$ an und skizzieren Sie es im Intervall $-\pi < \Omega < \pi$. Gehen Sie weiterhin davon aus, dass das System keinen Alias erzeugt. (5 P)

(k) Skizzieren Sie das Spektrum $Y\left(e^{j\Omega}\right)$ des Signals $y(n)$ im Intervall $-\pi < \Omega < \pi$. (3 P)

Dies ist eine leere Seite.