

Signale und Systeme II

Modulklausur Wintersemester 25/26

Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt

Datum: 27.03.2026

Name: _____

Matrikelnummer: _____

Erklärung der Kandidatin/des Kandidaten vor Beginn der Prüfung	
<p>Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.</p> <p>Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.</p> <p style="text-align: right;">Unterschrift: _____</p>	

Korrektur			
Aufgabe	1	2	3
Punkte	/32	/33.5	/34.5
Summe der Punkte: _____ /100			

Einsicht/Rückgabe	
<p>Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Bewertung einverstanden bin.</p> <p><input type="checkbox"/> Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.</p> <p>Kiel, den _____ Unterschrift: _____</p>	

Signale und Systeme II

Modulklausur Wintersemester 25/26

Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Ort: OS40, Norbert-Gansel-HS + R. 201
Datum: 27.03.2026
Beginn: 09:00 h
Einlesezeit: 10 Minuten
Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hinweise

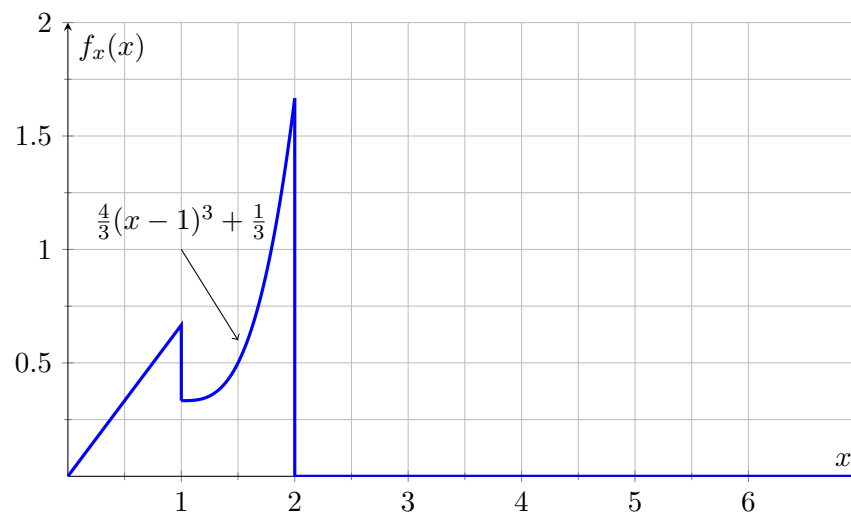
- Legen Sie Ihren Studierendenausweis oder Personalausweis zur Überprüfung bereit.
- Schreiben Sie auf **jedes** abzugebende Blatt deutlich Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**. Dabei verwenden Sie bitte für **jede Aufgabe** der Klausur einen **neuen Papierbogen**. Zusätzliches Papier erhalten Sie auf Anfrage.
- Verwenden Sie zum Schreiben **weder Bleistift noch Rotstift**.
- Alle Hilfsmittel – außer solche, die die Kommunikation mit anderen Personen ermöglichen – sind erlaubt. Nicht zugelassene Hilfsmittel sind außer Reichweite aufzubewahren und auszuschalten.
- Die direkte Kommunikation mit Personen, die nicht der Klausuraufsicht zuzuordnen sind, ist grundsätzlich ebenfalls untersagt.
- Lösungswege müssen zur Vergabe der vollen Punktzahl immer nachvollziehbar und mit Begründung versehen sein. Sind Funktionen zu skizzieren, müssen grundsätzlich alle Achsen beschriftet werden. Beachten Sie, dass die Punkteverteilung in den Teilaufgaben nur vorläufig ist!
- Sollten Sie sich während der Klausur durch äußere Umstände bei der Bearbeitung der Klausur beeinträchtigt fühlen, ist dies unverzüglich gegenüber der Klausuraufsicht zu rügen.
- 5 Minuten und 1 Minute vor Klausurende werden Ankündigungen gemacht. Wird das **Ende der Bearbeitungszeit** angesagt, darf **nicht mehr geschrieben** werden.
- Legen Sie am Ende der Klausur alle Lösungsbögen ineinander (so, wie sie ausgeteilt wurden) und geben Sie auch die Aufgabenblätter und das **Deckblatt mit Ihrer Unterschrift** mit ab.
- Bevor alle Klausuren eingesammelt sind, darf weder der Sitzplatz verlassen noch geredet werden. Jede Form der Kommunikation wird zu diesem Zeitpunkt noch als **Täuschungsversuch** gewertet.
- Während der **Einlesezeit ist die Bearbeitung der Aufgaben untersagt**, dementsprechend sind alle Schreibutensilien oder Hilfsmittel beiseitezulegen. Jede Zuwiderhandlung wird als **Täuschungsversuch** geahndet.

Aufgabe 1 (32 Punkte)

Teil 1 Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.

- (a) Welche Bedingungen müssen für eine Verteilungsfunktion $F_x(x)$ gelten? (3 P)
- (b) Geben Sie den Zusammenhang zwischen einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_x(x)$ und einer Verteilungsfunktion $F_x(x)$ an. (1 P)
- (c) Erklären Sie den Unterschied zwischen einem deterministischen Signal und einem stochastischen Signal. (2 P)

Gegeben ist folgende Wahrscheinlichkeitsdichte $f_x(x)$:



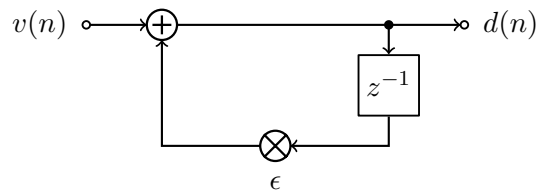
Dabei gilt zudem:

$$f_x(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq 0 \\ 0 & \text{für } x \geq 2 \end{cases}$$

- (d) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion $F_x(x)$ zur Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_x(x)$ für den Bereich $0 \leq x \leq 6$. **Hinweis:** Es gilt $f_x(1) = \frac{2}{3}$. (4 P)
- (e) Berechnen Sie das erste Moment, das zweite Moment und das zweite zentrale Moment der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_x(x)$. (7 P)

Teil 2 Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.

Gegeben ist das folgende System mit reeller Impulsantwort $h_0(n)$ und einer reellen Konstanten $|\epsilon| < 1$:



Im Folgenden wird das System mit mittelwertfreiem, weißem Rauschen der Leistung σ_v^2 angeregt. **Hinweis:** Verwenden Sie die statistischen Definitionen der geforderten Größen.

(f) Gegeben ist das System $d(n) = v(n) + 0.5 \cdot d(n - 1)$. Das Eingangssignal $v(n)$ ist mittelwertfreies weißes Rauschen mit der Varianz $\sigma_v^2 = 1$.

Geben Sie die Autokorrelationsfunktion des Eingangssignals $v(n)$ an. (1 P)

(g) Berechnen Sie die Leistung $m_d^{(2)}$ des Prozesses $d(n)$. (5 P)

Hinweis: Nutzen Sie die Eigenschaft, dass $v(n)$ und $d(n - 1)$ unkorreliert sind, also gilt $E\{v(n)d(n - 1)\} = E\{v(n)\} \cdot E\{d(n - 1)\}$.

(h) Berechnen Sie die Autokorrelationsfunktion $s_{dd}(\kappa)$ von $d(n)$ nur an der Stelle $\kappa = 1$. (3 P)

Gegeben sei nun die Autokorrelationsfunktion $s_{dd}(\kappa) = m_d^{(2)} \cdot \epsilon^\kappa$ für $\kappa \in \mathbb{R}$.

(i) Geben Sie basierend auf der Form $s_{dd}(\kappa) = m_d^{(2)} \cdot \epsilon^\kappa$ die Funktion für alle $\kappa \in \mathbb{Z}$ an. (2 P)

(j) Welche Wirkung hat das System auf das ursprünglich weiße Rauschen? (2 P)

(k) Ist das System stabil? Begründen Sie kurz anhand des Faktors $\epsilon = 0.5$. (2 P)

Aufgabe 2 (33.5 Punkte)

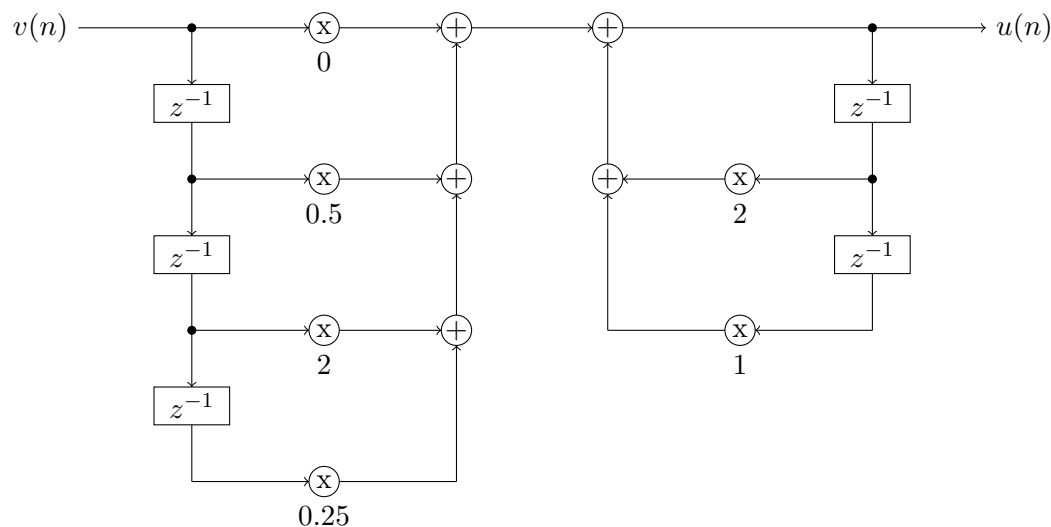
Teil 1 Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.

Ein diskretes System soll den Mittelwert der letzten vier (aktueller, sowie vorangegangene drei) Messwerte von $v(n)$ berechnen und als Ausgang $y_0(n)$ ausgeben. Der Ausgang $y_1(n)$ soll der um den Mittelwert $y_0(n)$ bereinigte Eingang $v(n)$ sein.

- (a) Zeichnen Sie den zu dem oben beschriebenen System gehörigen Signalflussgraphen. (6 P)
- (b) Bestimmen Sie die Anzahl an Eingängen L , Ausgängen M , sowie Zuständen N des Systems. (1,5 P)
- (c) Ist das gegebene System kausal? Begründen Sie. (1 P)
- (d) Bestimmen Sie die Matrizen \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} und \mathbf{D} ! (4 P)
- (e) Wie lautet die Übertragungsfunktion $H(z)$ des Systems? (7 P)
- (f) Bestimmen Sie die Impulsantwort $\mathbf{h}_0(n)$. (2 P)

Teil 2 Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und gelöst werden.

Dieser Aufgabenteil befasst sich mit den Direktformen 1 und 2. Gegeben ist ein System in einer der beiden Direktformen, siehe nachfolgende Abbildung:



- (g) Um welche der beiden Direktformen handelt es sich hierbei? (1 P)
- (h) Wandeln Sie das gegebene System in eine Repräsentation der verbleibenden Direktform um. (4 P)
- (i) Welche der Direktformen eignet sich, sofern Ihr System speicherbegrenzt ist? Begründen Sie Ihre Aussage! (2 P)
- (j) Bestimmen Sie die Differenzgleichung auf Grundlage des gegebenen Systems. (5 P)

Aufgabe 3 (34.5 Punkte)

Teil 1 Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und Teil 3 gelöst werden.

- (a) Was versteht man unter Modulation und zu welchem Zweck wird sie eingesetzt? (2 P)
- (b) Nennen Sie zwei unterschiedliche Modulationsarten. (2 P)
- (c) Was versteht man im Kontext der Modulation unter einem Trägersignal? (2 P)

Teil 2 Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und Teil 3 gelöst werden.

Das Unternehmen *FrischFunk AG* ist Betreiber einer Anlage, welche täglich über Funkverbindung Daten mit Logger-Stationen austauschen muss. Ein beispielhaftes Signal einer solchen Station wird im Folgenden als $v(n)$ bezeichnet und hat das nachfolgend abgebildete Spektrum $V(e^{j\Omega})$ mit den Frequenzen $f_l = 5$ MHz und $f_u = 10$ MHz. Die Abtastfrequenz beträgt $f_s = 200$ MHz.

Hinweis: Bedenken Sie in allen nachfolgenden Aufgaben den Zusammenhang zwischen Frequenz und der normierten Kreisfrequenz.

- (d) Bestimmen Sie die normierten Kreisfrequenzen der DTFT. Sie können und sollten für eine sauberere Notation diese als Mehrfaches von π angeben. (2.5 P)

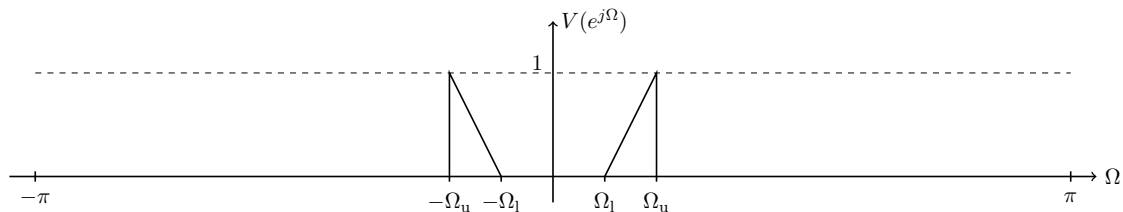


Abbildung 1: Spektrum $V(e^{j\Omega})$ des Nutzsignals $v(n)$ der *FrischFunk AG*.

Alle Stationen und die zentrale Anlage sind mit Systemen ausgestattet, welche das Tief-, Hoch- oder Bandpassfiltern, sowie das Modulieren **vor** dem Senden und **nach** dem Empfangen ermöglichen. Die Sende- und Empfangsvorrichtung erlauben das Senden und Empfangen von Signalen im Frequenzband zwischen $f_{FF} \in [80 \text{ MHz}, 100 \text{ MHz}]$. Sie wollen nun ohne weitere Modifikationen am Signal eine Zweiseitenband-Modulation durchführen. Das Trägersignal lautet $c_1(n) = \cos(\Omega_{T,FF} \cdot n)$ und das Sendesignal $V_{ZSB}(e^{j\Omega})$.

- (e) Welche Trägerfrequenz $f_{T,FF}$ (in MHz) müssen Sie bei der ZSB-Modulation wählen, um das Nutzsignal erfolgreich übertragen zu können? (1 P)
- (f) Berechnen Sie das Spektrum $V_{ZSB}(e^{j\Omega})$ des modulierten Signals $v_{ZSB}(n)$ und skizzieren Sie dieses im Bereich $-\pi < \Omega < \pi$. Dabei gilt $|\Omega_{T,FF} + \Omega_u| < \pi$.
*Tipp: Bereits das Skizzieren des **richtig beschrifteten** Achsensystems erbringt Punkte. Achten Sie hierbei vor allem auf die Art der Transformation und die Notation aller entsprechenden Größen.* (5 P)
- (g) Bestimmen Sie, wie viel Bandbreite B_{FF} (in MHz) Ihr Nutzsignal $v(n)$ nach der (1 P)

ZSB-Modulation effektiv einnimmt, d. h. die Summe der Breiten aller tatsächlich belegten Frequenzbänder.

Die Firma *HörMal AG* möchte nun ebenfalls Daten per Funk übertragen. Ihre Anlage überträgt die Signale mittels Winkelmodulation. Diese hat ihre Trägerfrequenz fest bei $f_{T,HM} = 85$ MHz und soll Nutzsignale mit einer maximalen Frequenz von $f_{S,HM} = 1$ MHz übertragen. Damit sich die Unternehmen nicht gegenseitig stören soll nun die Übertragungsarchitektur beider Unternehmen angepasst werden. Die Anlage der *FrischFunk AG* ist weiterhin die gleiche wie oben beschrieben. Vor und nach dem Senden können jedoch noch weitere Signalverarbeitungstechniken eingesetzt werden. Bei der *HörMal AG* lässt sich die Trägerfrequenz nicht ändern – der Frequenzhub jedoch schon. Ein höherer Frequenzhub wirkt sich positiv auf die empfangene Signalqualität bzw. das SNR aus. Die Bandbreite des Sendesignals der *HörMal AG* wird mit B_{HM} bezeichnet.

Hinweis: Nehmen Sie ideale, störungsfreie Frequenzübergänge an. D.h. wenn die Frequenzbänder zweier Signale exakt aneinander grenzen, stören sie sich nicht gegenseitig.

- (h) Skizzieren Sie schematisch das Spektrum vom Störsignal $V_{HM}(e^{j\Omega})$ im positiven Frequenzbereich bis π . Der Betrag bei jeder Frequenz kann als eins angenommen werden. Denken Sie an die entsprechende Beschriftung der Achsen mit allen wichtigen Frequenzen. Die Bandbreite B_{HM} kann zunächst als variabel betrachtet werden. (4 P)
- (i) Gestalten Sie eine Sende- und Empfangsverarbeitung, welche es der *HörMal AG* ermöglicht, ihren Frequenzhub maximal einzustellen. Beschreiben Sie ihr Vorgehen schrittweise und legen Sie alle verwendeten Signale wie bspw. das Sendesignal $S_{Tx}(e^{j\Omega})$, verwendete Filter, Empfangssignal $S_{Rx}(e^{j\Omega})$ und das demodulierte Signal $Y(e^{j\Omega})$ rechnerisch dar. Geben Sie anschließend die Bandbreite an, welche der *HörMal AG* nun zur Verfügung steht und den daraus resultierenden Frequenzhub. (11 P)
- Tipp: Die verwendete Modulationsart muss nicht geändert werden. Das Spektrum vom Basisband Signal kann repräsentiert werden durch $V(e^{j\Omega}) = V_{neg}(e^{j\Omega}) + V_{pos}(e^{j\Omega})$, wobei $V_{neg}(e^{j\Omega})$ alle negativen Frequenzanteile von $V(e^{j\Omega})$ und $V_{pos}(e^{j\Omega})$ alle positiven Frequenzanteile von $V(e^{j\Omega})$ beschreibt. Filter müssen nur im Bereich $\pi < \Omega < \pi$ definiert werden und können abseits davon als 2π -periodisch angenommen werden.*

Teil 3 Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und Teil 3 gelöst werden.

Es liegt eine niederfrequente Cosinusschwingung als Nutzsignal im hörbaren Bereich mit $f_S = 100$ Hz vor, die amplituden- bzw. winkelmoduliert werden soll. Als Trägersignal wird ein weiterer Cosinus mit $f_C = 1$ kHz verwendet, ebenfalls im hörbaren Bereich.

- (j) Das modulierte Signal wird über einen Lautsprecher wiedergegeben. Beschreiben Sie, was Sie bei einer amplitudenmodulierten (AM) und bei einer frequenzmodulierten (FM) Signalform jeweils hören. (3 P)
- (k) Welchen Einfluss hat der Frequenzhub bei der Winkelmodulation auf das hörbare Signal? (1 P)

Dies ist eine leere Seite.